

<論文>

单一硝化脱窒反応槽における Wigner 分布信号解析

WIGNER DISTRIBUTION ANALYSIS FOR CONTROL OF SINGLE
NITRIFICATION-DENITRIFICATION TANK武田 秀男¹, 北尾 高嶺², 山田 俊郎²¹ 豊橋技術科学大学 環境・生命工学専攻 / 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1² 豊橋技術科学大学 建設工学系 / 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1HIDEO TAKEDA¹, TAKANE KITAO², TOSHIRO YAMADA²¹ Environment and Life Engineering, Toyohashi University of Technology /
1-1 Hibarigaoka Tenpaku-chou Toyohashi, Aichi 441-8157 Japan² Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of
Technology / 1-1 Hibarigaoka Tenpaku-chou Toyohashi, Aichi 441-8157 Japan**Abstract**

This study was carried out to establish the method to detect analytically the inflection points of DO and ORP in a single nitrification-denitrification tank. Time series data were made for DO, ORP and pH from an actual treatment facility and the inflection points of DO and ORP were marked. Master signal was made by composing DO, ORP and pH and its Wigner distribution analysis was also made. The results were as follows; (1) The inflection points obtained by Wigner distribution analysis appeared in a specific frequency band (0.900×10^{-3} Hz) and they coincided regularly with those marked initially on time series data. (2) The result of Wigner distribution analysis showed that it is effective for practical use because the cycle times of two simulation data series with time lag agreed. This result suggests the possibility to predict of the intervals between inflection points by calculation.

Key Words : DO, ORP, inflection point, Wigner distribution analysis, single nitrification-denitrification tank

1 はじめに

一般的な单一硝化脱窒反応槽(間欠ばっ気方式)では制御指標としてDO, ORP, pH等が用いられ、これらの連続した信号を基に適切な運転がなされている。特にDO, ORPの連続信号より微生物の硝化・脱窒反応を知ることができ、「DOの屈曲点」と「ORPの屈曲点」が有力な手掛かりとなっている¹⁾。この屈曲点(以後、特定屈曲点と称する)に着目し、槽内の好気状態と嫌気状態を見極めることにより高度な窒素除去が可能となる。またこの特定屈曲点を演算によって検出・予測することができれば、单一硝化脱窒反応槽における間欠ばっ気制御の高度な自動化が期待される。

本研究では、特定屈曲点を演算によって検出・予測することを目的とし、処理施設の夏期と冬期の水質データから作成した制御マスター信号に対してWigner分布解析を行い、その結果得られた波形と実データから得られたDO及びORPの特定屈曲点を比較検討した。さらに、Wigner分布解析による特定屈曲点の予測よりプロフの適切なシーケンスダイヤグラムの作成を試みた。

2 施設概要

本研究対象施設は富山県魚津市の農業排水事業東城地区にある農業集落排水処理施設(XIVp型)であ

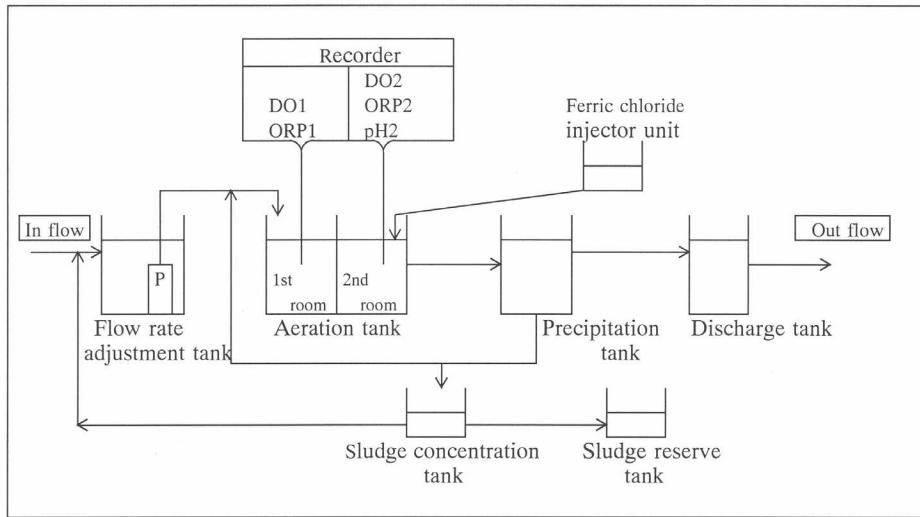


Fig.1 The flow diagram of the treatment facility.

る。この施設の処理人口は 380 人、平均流入流量は $103\text{m}^3/\text{日}$ (時間最大流入量は $12.4\text{m}^3/\text{h}$)、平均流入 BOD は 200mg/l である。ばっ氣槽は 1 系列 2 室直列方式 (1 室は $3.1\text{m} \times 5.0\text{m} \times 3.6\text{m}$ (WL)) であり、60 分運転後 60 分停止 (冬期は 45 分運転後 75 分停止) を繰り返す間欠ばっ気を行う。施設フロー図を Fig.1 に示す。DO1, ORP1, pH2 の各信号をチャート紙から 5 分周期で読みとった。以後、DO1 を DO, ORP1 を ORP, pH2 を pH とする。データ採取期間は'99 年 7 月 28 日 11:35~'99 年 8 月 11 日 12:15(夏期データ) 及び'99 年 11 月 17 日 10:45~'99 年 12 月 1 日 10:40(冬期データ) である。

3 解析用データ処理

対象処理施設より DO, ORP, pH の信号を採取した。DO センサーのレンジは $0\sim10.0\text{mg/l}$ で、実際に採取される $4\sim20\text{mA}$ 信号を区間最大値で除し $0.0\sim1.0$ の正規化データに変換した。同様に ORP センサー (レンジは $-500\sim500\text{mV}$) 及び pH センサー (レンジは $0\sim14.0$) についても、それぞれ採取される $4\sim20\text{mA}$ 信号に対して区間最大値で除し $0.0\sim1.0$ の正規化データに変換した。またプロワ操作について運転を 1 停止を 0 とした。DO, ORP 及び pH については 5 分間隔でデータ得た。これらのデータ

を 1 ブロック 128 個のデータとしてデータ群を作成し、夏期と冬期それぞれ 27 群 (27 期間) のサンプルデータを作成した。これらの中から無作為に抽出し 7/29 00:00~7/29 10:35までの 128 個のデータを「S1」、7/29 10:40~7/29 21:15までの 128 個のデータを「S2」とした。同様に 11/29 00:00~11/29 10:35までの 128 個のデータを「W1」、11/29 10:40~11/29 21:15までの 128 個のデータを「W2」とし、これらを解析に用いた。

得られたデータを検討し、プロワ運転によって DO が上昇すると、ある時間遅れで ORP も上昇傾向になり、やがて pH は下降傾向になることが確認された。そこで計装制御のために槽内変化を 1 つの情報として得るために、DO, ORP, pH は相関関係があるとみなし、DO, ORP, pH の情報処理を行った。データ処理はまず変化の大きい DO と ORP との信号変換を行い、それを変化の小さい pH と変換した。施設の信号変化が DO, ORP, pH の順で変化し、最終段で pH に結果が出ると考えられたため、今回 pH を重視した。

$$\sqrt{\frac{\text{DO 値}}{\text{DO 値の区間最大値}} \times \frac{\text{ORP 値}}{\text{ORP 値の区間最大値}}} = Z$$

$$\sqrt{Z \times \frac{\text{pH 値}}{\text{pH 値の区間最大値}}} = Y \quad (1)$$

式 (1) で平方根を求めたのは、リニア目盛とするた

めである。このようにして、S1, S2, W1, W2についての演算値 Y を得た。この演算値 Y (マスター信号)を周波数解析を行い、DO, ORP の特定屈曲点との関係を検討する。

得られた DO, ORP のデータより、特定屈曲点 DO, ORP を求めた。時系列グラフより DO の立上がり変化点と ORP の立下り変化点を探しマークイングをした。DO 信号(S1)の特定屈曲点についてマークイングしたものと Fig.2 に、ORP 信号(S1)の特定屈曲点についてマークイングしたものと Fig.3 に示す。

Fig.2 に S1(7/29 00:00~7/29 10:35まで 128 個のデータ)について、プロワの運転状況と DO の変化、DO の特定屈曲点を示した。

Fig.3 は S1(7/29 00:00~7/29 10:35まで 128 個のデータ)中のプロワの運転状況と ORP の変化、ORP の特定屈曲点を示したものである。

S1 と W1 について DO 及び ORP の特定屈曲点の出現時間とその間隔を Table 1 に示した。DO と ORP それぞれの特定屈曲点の出現順に No.1, No.2, … No.10 と記号を付した。

S1 データ周期 120 分(60 分プロワ運転、60 分停止)、W1 データ周期 120 分(45 分プロワ運転、75 分停止)であるのに対し、実際の DO 及び ORP 特定屈曲点間の時間は一定の周期ではないことがわかる。

4 Wigner 分布によるデータ解析

4.1 $t-f$ 二次元解析法

センサーから得られる信号は時系列データの形で得られ、その信号は振幅(エネルギー)の大きさに関する情報である。そのため計測信号の $t-f$ 二次元解析法による周波数成分の時間変化の把握が必要となる。 $t-f$ 二次元解析法として最も広く利用されているのが短時間 Fourier 変換、Wavelet 変換、Wigner 分布変換の各演算方法である。それらのうち、短時間 Fourier 変換には時間方向の分解能と周波数方向の分解能との間にトレードオフがあり、両方向の高い解析精度を得ることができない²⁾。よって、Wavelet 変換と Wigner 分布変換の優劣を比較する。

計測信号の $t-f$ 二次元解析法として最も広く利用されている方法は、スペクトログラム(Wavelet 変換、Wigner 分布変換)などがある。時系列信号の

Wavelet 変換 $S(a, b)$ は式(2)で与えられる。

$$S(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} g[(t-b)/a] f(t) dt / \sqrt{|a|} \quad (2)$$

$g(t)$ は、アナライジング Wavelet と呼ばれる、変換の性質を決定する関数である。 a と b はそれぞれ時間の縮尺(スケーリング)と移動を表すパラメータである。Wavelet 変換は時系列中に局所的に現れるデータの解析に適しており、最近多くの研究成果が発表されている。

Wigner 分布は元来量子力学の分野で提唱された理論であるが、1980 年に Philips 社の Claassen らがこの方法を音響信号の $t-f$ 二次元解析に適用して以後、光学を含む振動計測信号全般を対象とした解析手法として関心を集めている。これは、定常信号の相関関数とパワースペクトルに関する Wiener-Khintchine の関数を非定常信号の領域まで拡大し適用したものとも解釈できる。2 つの時間関数信号 $f(t), g(t)$ の Wigner 分布は式(3)で与えられる。

$$W(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) g(t+\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (3)$$

ここで、 t : 時間(sec) ω : 周波数(Hz) j : 虚数単位 τ : ラグ窓数(隔たり時間)である。

ある時間 t で Wigner 分布を周波数に関して積分すると、その時間での瞬時パワーが得られる。すなわち、

$$(1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega = |f(t)|^2 \quad (4)$$

ある周波数 ω で Wigner 分布を時間に関して積分すると、その周波数のパワースペクトルが得られる。すなわち、

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt = |f(\omega)|^2 \quad (5)$$

ここで 3 章で求めた S1 のマスター信号について、Wavelet 変換して得られた結果と Wigner 分布解析の結果を比較した。Fig.4 に S1 のマスター信号、Wavelet 変換で得られた波形、Wigner 分布解析で得られた波形を示す。

ただし、Wavelet 変換は、出力値の変化が少ないため 10 倍の Gain を掛け比較した。後で述べるが、どちらの演算も周波数特性の中心部分に最も変化が

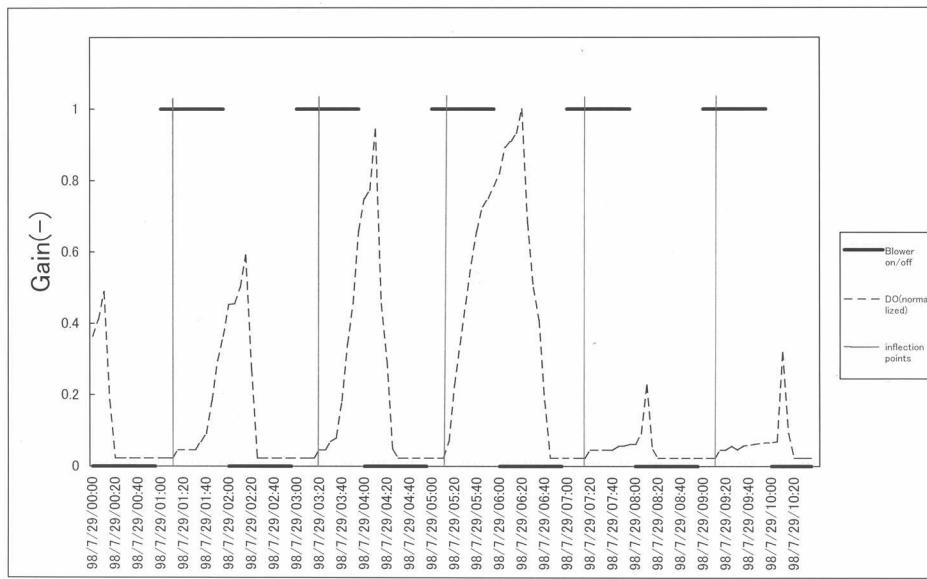


Fig.2 Change of DO and its inflection points within the data set S1.

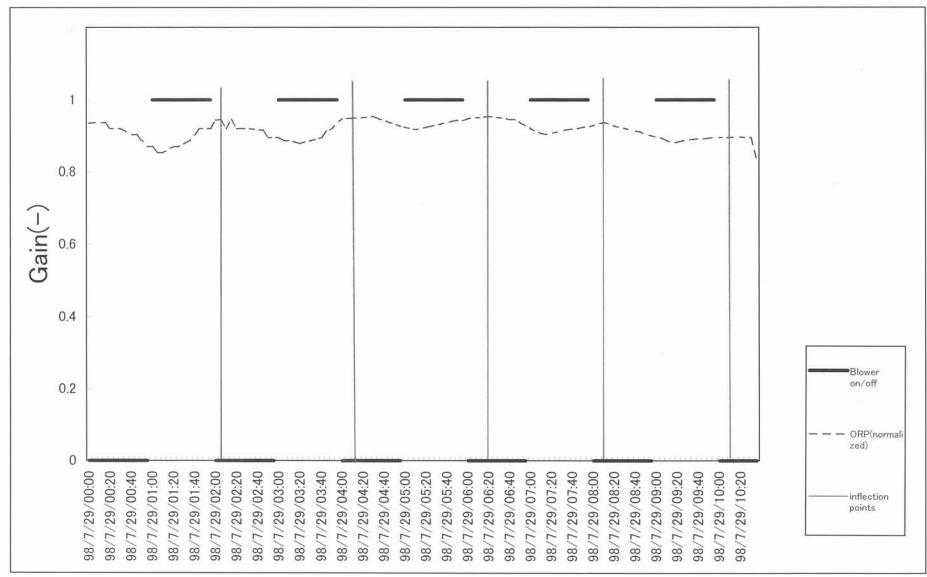


Fig.3 Change of ORP and its inflection points within the data set S1.

Table 1 Interval of each specific inflection point.

S1(Data on 29 July)

DO	Time of specific inflection point in S1	No.1	No.3	No.5	No.7	No.9	
		1:10	3:15	5:15	7:15	9:10	
ORP	Time of specific inflection point in S1	—	125	120	120	115	
		2:15	4:10	6:20	8:10	10:10	

W1(Data on 29 November)

DO	Time of specific inflection point in W1	No.1	No.3	No.5	No.7	No.9	
		1:10	3:10	5:10	7:10	9:10	
ORP	Time of specific inflection point in W1	—	120	120	120	120	
		2:00	4:00	5:50	8:00	10:10	

*The blower was stopped for 60 minutes after every 60 minutes running in the period of S1.

*The blower was stopped for 75 minutes after every 45 minutes running in the period of W1.

顕著に現れているため 35 番目の出力をグラフ化した。Wavelet 出力波形は変化が小さく滑らかな波形で周期変化の判断が難しいが、Wigner 出力波形は周期変化がシャープで振幅が大きく、マスター信号にトリガパルスを掛ける波形として適している。さらに、Wigner 分布解析は特定周波数帯に実データ項と干渉項とが混在した形になるが、インパルス波形周期がほぼ一致している点より、この演算結果(35 番目)は干渉項の影響が少ないと考えられる。また Wigner 分布解析では他の二次元解析手法からは得られない特性を求めることができ^{3),4)}、時間窓の影響が除かれ、時間平均演算を行わないので時間及び周波数の両成分に関して高い分解能が得られる^{5),6)}。

よって本研究では Wigner 分布解析を用いた。

4.2 ラグ窓数の決定

ラグ窓数(τ)の決定は解析にあたり極めて重要である。3章で述べたように、DO, ORP, pH の 3 つの信号を正規化し開平したものをマスター信号とし、Wigner 分布解析を用いて特性を検討する。3章で得たそれぞれのマスター信号について、窓数が 128 個(S1, データ数 128 個)と 256 個(S1 と S2, データ数 256 個)の場合をそれぞれ Wigner 分布解析をした。Fig.5 は窓数が 128 個と 256 個の場合、先頭の 128 個分のデータを比較対象とした。

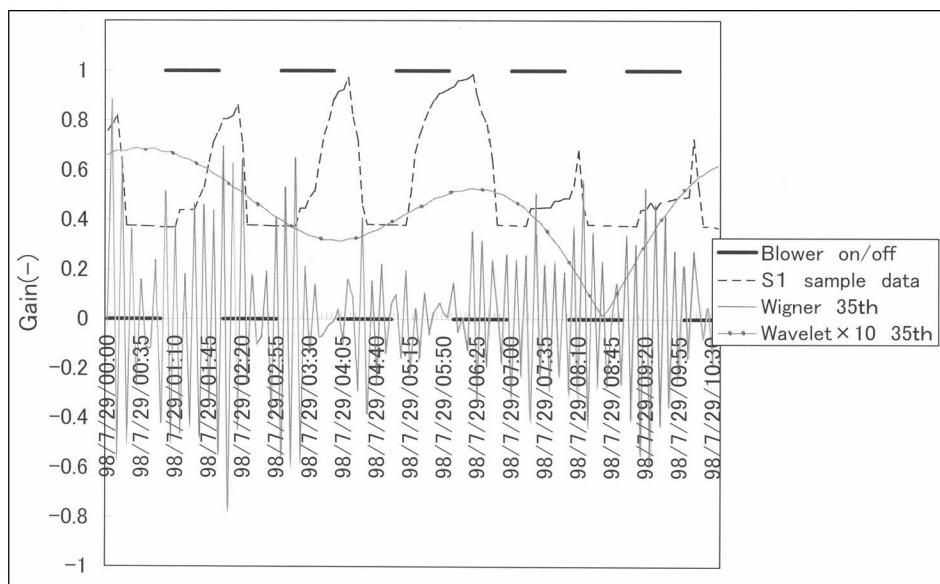


Fig.4 The comparison of the 35th result of the Wigner distribution analysis with one of the Wavelet analysis.

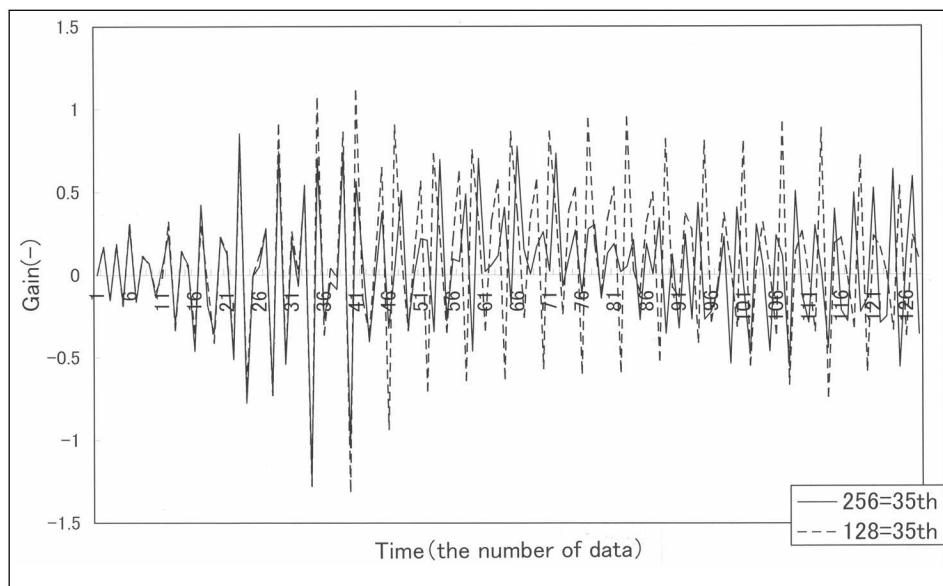


Fig.5 The comparison of the 35th result of the Wigner distribution analysis based on 128 data with one on 256 data.

後で述べるが Fig.5 の周波数特性は中間部 35 番目の出力値を比較した。さらに波形を比較すると、ほぼ同じ周期のインパルス波形が確認できた。このことから、窓数によって演算値の周期特性がほぼ変化しないといえる。Wigner 分布解析ではラグ窓数を少なくとすればその中に含まれる時間方向の信号要素も少なくなるため、干渉項低減には少ないラグ窓を使った方が有利である。よって本研究では窓数を 128 個とした。

4.3 データ解析ツール

本解析に用いた Wigner 分布解析プログラムは、豊橋技術科学大学計測システム研究室開発による「非定常音解析システム Ver.1.02, 1992」である。各演算値は 1/2 周期で出力されデータ採取周期は 5 分であるので、出力周波数の範囲は 0.000Hz から 1.666×10^{-3} Hz までとなる。本解析プログラムはこの範囲を 64 等分した周波数帯に対して出力される。そこで、夏期 27 期間のマスター信号(1 期間に 128 個の時系列データを含む)について Wigner 分布解析を行った。1 期間のマスター信号から得られる、64 の周波数帯に対する出力 1 つ 1 つについて波形を検討し、期間中出現する DO 及び ORP の特定屈曲点の過半数以上と出力波の変化点が時間的にはほぼ一致する場合を 1、一致する数が半数未満の場合を 0 とした。これを 27 期間のマスター信号について検討し、周波数帯毎に集計したものを Fig.6 に示す。

その結果、各周波数帯の中間部に最も変化点の一致が多く検出され、周波数が中間部から遠ざかるにつれて一致点が少なくなる傾向が認められた。このことから中間部(35 番目, 0.900×10^{-3} Hz)の出力がマスター信号の変化特性を近似的に表現できることがわかったり。そこで Wigner 分布解析における周波数特性は 0.900×10^{-3} Hz における値を抽出することにした。

4.4 マスター信号解析波形

Fig.7 に S1 データのプロワ運転時間、マスター信号(S1), DO 屈曲点, ORP 屈曲点, Wigner 分布解析結果(0.900×10^{-3} Hz)を示す。

Wigner 分布解析結果は正部と負部とが現れる。

Fig.8 に W1 のプロワ運転時間、マスター信号(W1), DO 屈曲点, ORP 屈曲点, Wigner 分布解析結果(0.900×10^{-3} Hz)を示す。

Wigner 分布解析結果は正部と負部とが現れる。

この結果、いずれも DO の特定屈曲点をプロワ運転時刻より数えて 3 番目(負側も考慮)の Wigner 分布解析インパルスが近似的にとらえていることがわかる。また ORP の特定屈曲点はプロワの停止から 3 番目(負側も考慮)のインパルスが近似的にとらえている。つまり DO 及び ORP の特定屈曲点の出現に Wigner 分布解析結果(周期波形)が対応しているといえ、このことはプロワの停止タイミング及び再起動タイミングの検出に有効と思われる。

5 予測制御プログラムパターン

DO 及び ORP の特定屈曲点の出現に Wigner 分布解析結果(周期波形)が対応していることより、30 分間後までのマスター信号屈曲点の予測を試みた。S1, W1 データのシミュレーションデータを作成して、Wigner 分布解析結果を比較した。S1 データの 00:00 から 7:15 までの 88 個のデータとそれ以降、40 個のデータを 0 に収束させた 128 個のデータ群をシミュレーション用データとし、これを S1(データ 1)とした。また検証用データとして、S1 データの 00:00 から 7:40 までの 93 個のデータと残りの 35 個のデータを 0 に収束させたものを作成し、これを S1(データ 2)とした。同様に W1 についてもシミュレーション用データと検証用データを作成し、S1(データ 1), S1(データ 2), W1(データ 1), W1(データ 2)の 4 つのデータ群を作成した。これらを Table 2 に示す。

S1(データ 1)と S1(データ 2)の比較結果を Fig.9 に示す。

S1(データ 1)と S1(データ 2)の Wigner 分布解析結果を重ねあわせた結果、 0.900×10^{-3} Hz 帯において周波波形がほぼ一致していることがわかる。特に図中丸印で示している S1(データ 1)のデータ欠損区間ににおいても波形が一致しており、このことはある時刻までの連続データに基づいてその後の波形の予測が可能であることを示している。すなわち、ある

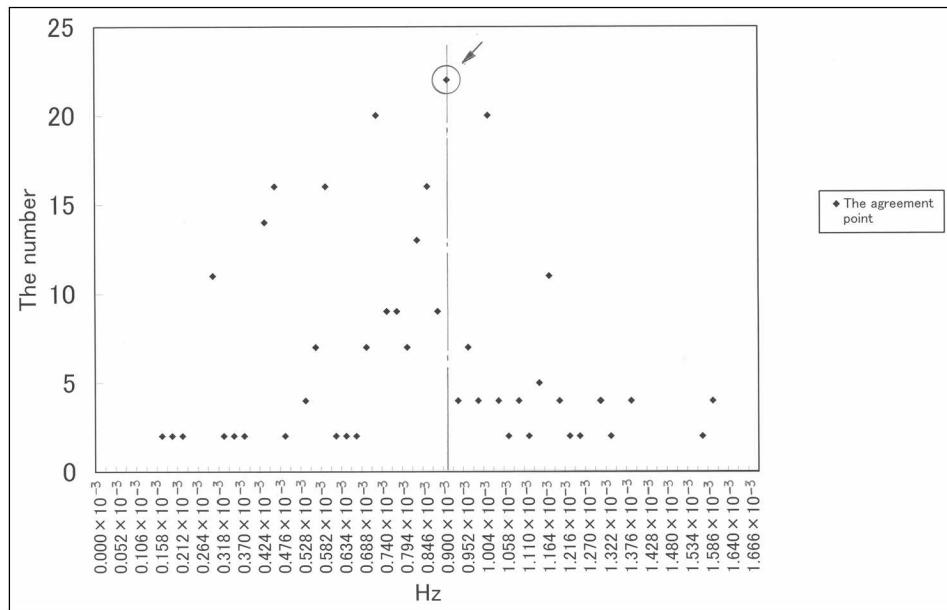


Fig.6 The number of agreements of the specific inflection point with the peak of the Wigner distribution analysis result.

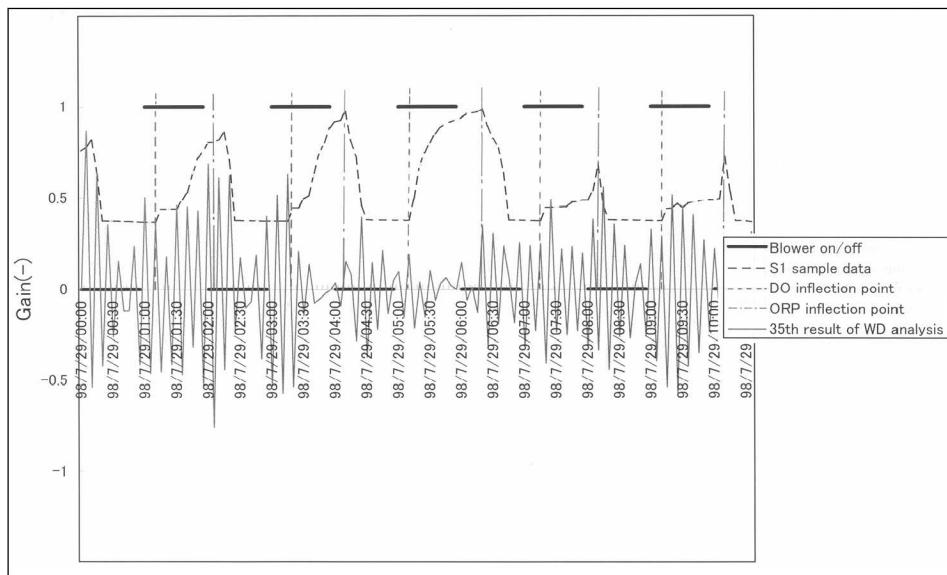


Fig.7 The 35th result of the Wigner distribution analysis of S1.

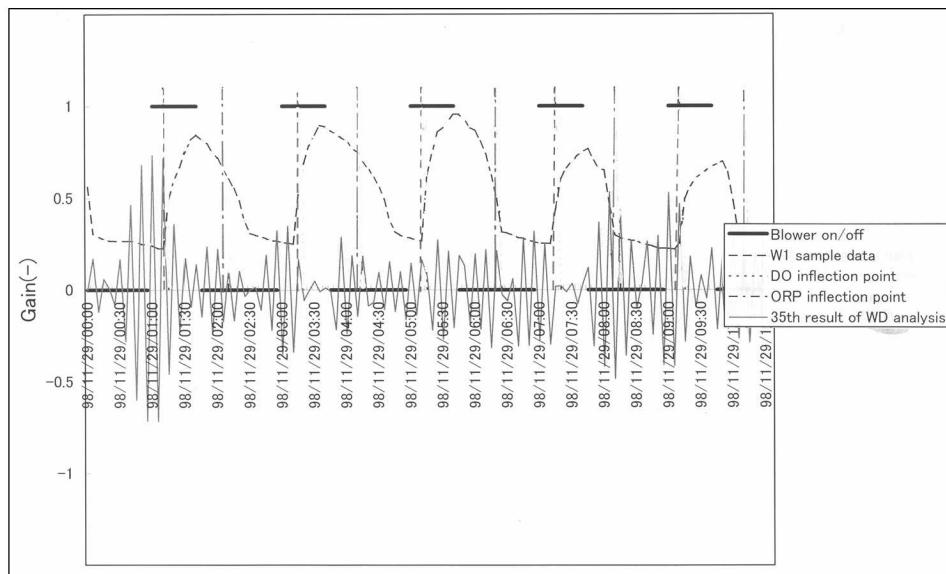


Fig.8 The 35th result of the Wigner distribution analysis of W1.

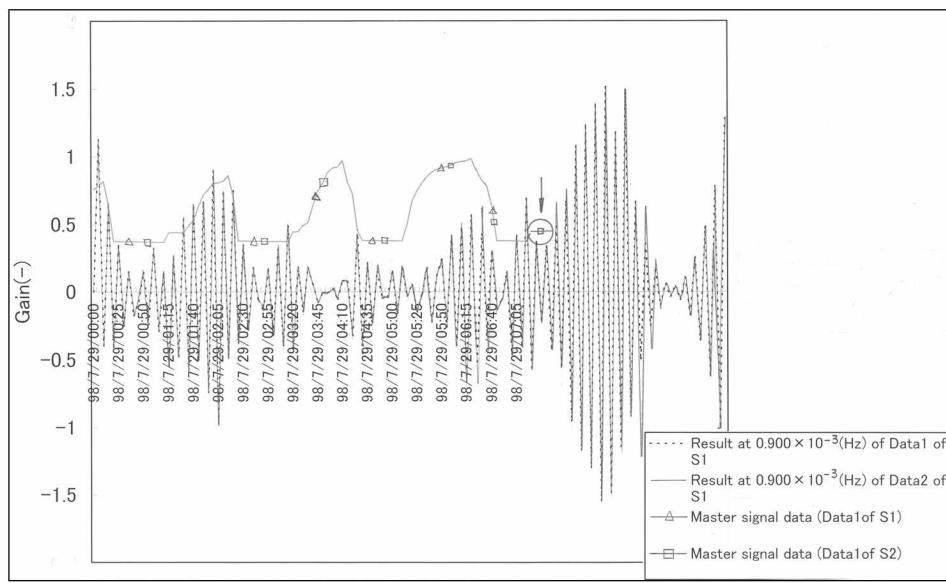


Fig.9 The comparison of the Wigner distribution analysis result of Data1 of S1 with the result of Data2 of S1.

Table 2 Data1 of S1 and W1 is for calculation and Data2 for comparison.

NO.	Date	S1 data 1	S1 data 2	NO.	Date	W1 data1	W1 data 2
1	7/29/00:00	0.769	0.769	1	11/29/00:00	0.581	0.581
2	7/29/00:05	0.792	0.792	2	11/29/00:05	0.316	0.316
3	7/29/00:10	0.829	0.829	3	11/29/00:10	0.300	0.300
4	7/29/00:15	0.646	0.646	4	11/29/00:15	0.282	0.282
5	7/29/00:20	0.381	0.381	5	11/29/00:20	0.275	0.275
6	7/29/00:25	0.380	0.380	6	11/29/00:25	0.274	0.274
7	7/29/00:30	0.380	0.380	7	11/29/00:30	0.274	0.274
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
80	7/29/06:35	0.793	0.793	80	11/29/06:35	0.307	0.307
81	7/29/06:40	0.646	0.646	81	11/29/06:40	0.293	0.293
82	7/29/06:45	0.384	0.384	82	11/29/06:45	0.289	0.289
83	7/29/06:50	0.383	0.383	83	11/29/06:50	0.276	0.276
84	7/29/06:55	0.383	0.383	84	11/29/06:55	0.269	0.269
85	7/29/07:00	0.382	0.382	85	11/29/07:00	0.262	0.262
86	7/29/07:05	0.381	0.381	86	11/29/07:05	0.262	0.262
87	7/29/07:10	0.380	0.380	87	11/29/07:10	0.258	0.258
88	7/29/07:15	0.380	0.380	88	11/29/07:15	0.451	0.451
89	7/29/07:20	0.000	0.452	89	11/29/07:20	0.000	0.626
90	7/29/07:25	0.000	0.453	90	11/29/07:25	0.000	0.687
91	7/29/07:30	0.000	0.454	91	11/29/07:30	0.000	0.719
92	7/29/07:35	0.000	0.455	92	11/29/07:35	0.000	0.755
93	7/29/07:40	0.000	0.455	93	11/29/07:40	0.000	0.778
94	7/29/07:45	0.000	0.000	94	11/29/07:45	0.000	0.000
95	7/29/07:50	0.000	0.000	95	11/29/07:50	0.000	0.000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
128	7/29/10:35	0.000	0.000	128	11/29/10:35	0.000	0.000

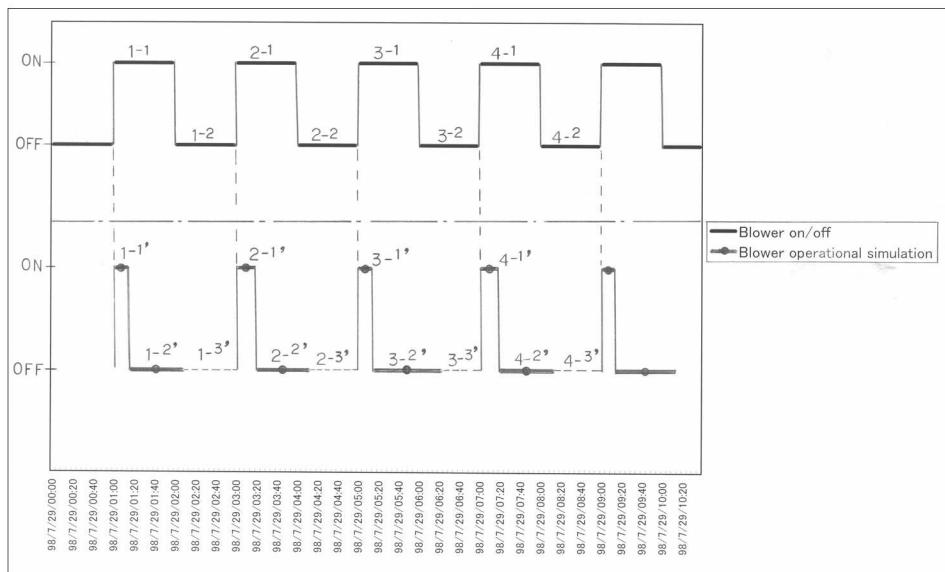


Fig.10 Diagram of the blower control. The upper one shows the present control and the lower shows the simulated one.

時刻までのマスター信号とそれを基にした Wigner 分布解析結果を用いることで、DO 及び ORP の特定屈曲点の出現予測が可能であるといえる。

さらに S2 や季節の異なる W1, W2 についても同様に Wigner 分布解析を行った結果、いずれも S1 と同様に 30 分後までの予測が可能であった。

実際に Wigner 分布解析を用いて特定屈曲点を検出し、プロワの運転方案を変則的な方案に換える推定算出を試みた。Fig.10 に S1 運転シミュレーション図を示した。

上段は既設プロワ運転時間(1-1, 2-1, 3-1, 4-1), 停止時間(1-2, 2-2, 3-2, 4-2)を示し、下段はシミュレーション運転時間(1-1', 2-1', 3-1', 4-1'), 停止時間(1-2', 2-2', 3-2', 4-2')である。これらを比較すると実際のプロワ制御周期が一定(60 分運転, 60 分停止)であるにもかかわらずシミュレーション周期運転とはかなり時刻差が見られ、シミュレーションデータ中の 1-3', 2-3', 3-3', 4-3' はプロワ停止時間から再起動までの無駄時間(遅延時間)であることがわかる。この遅延時間(1-3', 2-3', 3-3', 4-3')を短縮することは制御効率の向上につながると考えられる。また 4 周期全体の運転及び停止時間を比較すると、各処理時間は一定でない。これは単一硝化脱窒槽内の微生物硝化速度、流入量(負荷量)などに

よるものと考えられ、画一的なプロワ操作ではなく状況に応じた操作が重要であるといえる。

単一硝化脱窒反応槽における従来のプロワ制御の多くは ON-OFF 定值制御方式での確な制御が成り立ちにくく、また DO や ORP 等の信号単体での制御は困難であったが、今回マスター信号の作成と Wigner 分布解析を用い周波数別特性を求ることで、単一硝化脱窒反応槽における総合的な変化を季節を問わず把握・予測することができた。このことから Wigner 分布解析は単一硝化脱窒反応槽における間欠ばっ氣方式の制御パターンをコンピュータに認識させる上で非常に有効な手段であるといえ、また遅延時間の削減や状況に応じた変則的制御など、効率の良い制御パターン(基本パターン)の作成に大きく貢献すると考えられる。

6 まとめ

本研究は単一硝化脱窒反応槽の DO, ORP 及び pH のデータを基にマスター信号を作成し、その Wigner 分布解析を行った。得られた結果を以下に要約する。

- 1) Wigner 分布解析が DO 及び ORP の特定屈曲点の検出に有効であることがわかった。

- 2) 作成したマスター信号から Wigner 分布解析によって得られる波形は、トリガパルスを掛ける波形として適していた。
- 3) マスター信号について Wigner 分布解析を行い、周波数 0.900×10^{-3} Hz 帯を抽出することにより DO 及び ORP の特定屈曲点を検出することができた。
- 4) 間欠運転方式の単一硝化脱窒反応槽におけるプロワ運転・停止のタイミングは、Wigner 分布解析を行うことにより予測でき、また季節を問わずプロワ運転方案決定に有効な手段であることがわかった。
- 5) Wigner 分布解析は制御理論を定義するにあたってプロワの運転・停止をコンピュータに認識させるのに有効な手段である。

今後さらに単一硝化脱窒反応槽におけるデータ群の周波数分布解析を進めることによって、新たな情報が得られることが期待できる。

最後に、解析データの御提供いただきました社団法人 日本農業集落排水協会農村水質工学研究所専門研究員 糸井徳彰氏に御礼申しあげます。

参考文献

- 1) 山崎卓也、井上祥一郎：計測記録の波形情報による窒素除去手法、環境システム計測制御学会誌、5 (1), 49-54 (2000)
- 2) 北川益：計測信号処理における最近の研究－時間－周波数二次元分布－、鉄と鋼、78 (8), 20-30 (1992)
- 3) 川浦淳一、鈴木英夫、小野隆彦：Wigner 分布による信号の時間－周波数平面上の表現、自動車技術、42 (12), 1549-1555 (1988)
- 4) 北川益、石光俊介：Wigner 分布による非定常音響・振動信号の解析、材料試験技術、34 (3), 199-204 (1989)
- 5) 北川益、石光俊介：Wigner 分布の補正と非定常信号解析への適用、日本機会学会論文集、57 (535), 141-148 (1991)
- 6) 北川益、石光俊介、田宮稔士：Wigner 分布の補正と非定常信号解析への適用、京都大学教理解析研究所講究録、747, 88-97 (1991)
- 7) 武田秀男、北尾高嶺：汚水処理計装制御における信号処理解析、下水道協会誌、47 (239), 118-122 (2002)

(受付 2001. 12. 23)

(受理 2002. 3. 5)