

## &lt; 論文 &gt;

# セメントロータリーキルンダイナミックモデルの 放射伝熱及びクリンカ生成反応に対する改善

Improvement of the Dynamic Model of a Cement Rotary Kiln  
in Radiative Heat Transfer and Clinkering Process

稲津和喜<sup>1</sup>, 松尾誠治<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 住友大阪セメント株式会社・赤穂工場・生産課 / 兵庫県赤穂市折方字中水尾 1513

<sup>2</sup> 東京大学・大学院工学系研究科・地球システム工学専攻 / 東京都文京区本郷 7-3-1

Kazuki Inatsu<sup>1</sup>, Seiji Matsuo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Section of production, Ako Plant, Sumitomo Osaka Cement Co., Ltd.,  
/ Ako 678-0254

<sup>2</sup>Department of Geosystem Engineering, School of Engineering, The University of Tokyo,  
/ Tokyo 113-8656

## Abstract

A cement rotary kiln is characterized by a kind of counter-flow heat exchanger of cylinder shape in which radiative heat transfer acts on dominantly due to extremely high temperature. This process has also a highly complex dynamic behavior because several reactions such as clinker generation and fuel burning occur in the kiln simultaneously with heating up of material.

In this paper, the authors improved the dynamic model of a rotary kiln for control purpose especially in evaluating correctly radiative heat transfer using Monte Carlo method and clinkering process improved by using the transportation equation of reaction rate based on Jander's formula. This simulator has been derived easily by using the SIMULINK.

Consequently, they gave some information about effects of radiative heat transfer and clinkering process, which differs from the conventional knowledge. Furthermore, it was clear that the heating up rate of material was different by its temperature by this improved dynamic model.

**Key Words** : cement rotary kiln, radiative heat transfer, monte carlo method, clinkering process, dynamic model

## 1 はじめに

セメント焼成プロセスは、早くから多様な産業廃棄物や副産物を原燃料として有効利用し循環型社会システムの実現に貢献している。このプロセスは、仮焼炉部、キルン部、クーラー部と3つの部分から構成され伝熱の高効率化や余熱の効果的利用が試みられている。特にキルン部は、原料の昇温過程と並行してセメントクリンカの生成反応や燃料(石炭)の燃焼反応が発生する重要なプロセスで、キルン回転に伴う原料移動・攪拌プロセス、燃料(微粉炭)の燃焼反応プロセス、燃焼ガス・原料・キ

ルン内張耐火物(以下耐火物)間の伝熱プロセス(対流伝熱・放射伝熱)、クリンカー生成反応プロセス等が複合された極めて複雑な振る舞いを示す<sup>1),2)</sup>。

生産されるセメント品質を常に維持するには、キルン内原料温度を常に高く維持しクリンカ生成反応( $C_3S$ 生成反応)が充分進行するよう配慮しなければならない。その際、キルン内での原料の温度履歴は極めて重要で、そのプロファイル(昇温温度、最高温度及びその保持時間)の変動はセメント品質に大きな影響を及ぼす。このような安定操業を実現には、プロセスの正確なダイナミックの把握が重要であるが、これまで既に提案されている種々

のモデルによる解析では<sup>3)~6)</sup>放射伝熱やクリンカ生成反応などの扱いが不十分である為か実際の焼成プロセスを反映しきれていない面があった。また、制御を前提とした伝達関数モデル・同定モデルも提案されているが、数学的扱い上の問題から放射伝熱等解析部分が簡略化される場合が多い<sup>7),8)</sup>。特に、キルン内部は非常に高温で放射伝熱の作用が支配的であるため、廃棄物受け入れという状況下更なる効率的な操業を行うにはこれらの現象に対する詳細なモデル化が望まれる。

そこで、本研究ではこのような状況を鑑み放射伝熱及びクリンカ生成反応に対し詳細な解析を行うことでキルン焼成プロセスのダイナミックモデルの改善を試みた。具体的には、以下に示す改善を試みた。

- 1) モンテカルロ (READ) 法によるセメント原料-燃焼ガス-耐火物間の厳密な放射伝熱の解析
- 2) Jander 式に基づく反応率及び原料成分の輸送方程式の導入によるクリンカ生成反応の解析

解析では、先ず構成要素である原料、燃焼ガス、燃料、耐火物のマテリアル及びエンタルピーに関する輸送方程式を導出した後、今回行った放射伝熱及びクリンカ生成反応に対する解析結果をモデルに反映させた。その際、ダイナミクス解析のためのシミュレーター構築には MATLAB-SIMULINK を用いた。提案したモデルの有効性を検証するため実際の操業条件を基にシミュレーションを実施し、原料の受ける放射熱量の寄与率、フレームによるガス放射率が原料昇温に与える影響、さらに、原料の昇温過程の原料温度域による相違についてそれぞれ解析を行った。

#### 【原料】

$$\frac{\partial(\rho_m A_m)}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m)}{\partial x} - (44/100) K_{CaCO_3} \rho_m A_m M_{CaCO_3} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m A_m T_m)}{\partial t} = & -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m T_m)}{\partial x} + (1/Cp_m) \left\{ H_{gm} F_m (T_g - T_n) + RAD_m \right\} \\ & + (1/Cp_m) \rho_m A_m [HC_{CaCO_3} K_{CaCO_3} M_{CaCO_3} + HC_{C_2S} \alpha' K_{C_2S} + HC_{C_3S} \beta' K_{C_3S}] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{CaO})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{CaO})}{\partial x} + \rho_m A_m [56/100 K_{CaCO_3} M_{CaCO_3} - \alpha' K_{C_2S} - \beta' K_{C_3S}] \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{SiO_2})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{SiO_2})}{\partial x} - (60/112) \rho_m A_m \alpha' K_{C_2S} \quad (4)$$

## 2 キルン焼成プロセスの数学モデル

キルンは Fig.1 に示すように円筒型の回転窯であり、キルン入口からプレヒーターより排出された予熱原料(約 800°C)が入り、キルン出口にある微粉炭バーナーから形成されるフレームや燃焼ガスにより 1,500°C 程度まで昇温されセメントクリンカーが生成される。

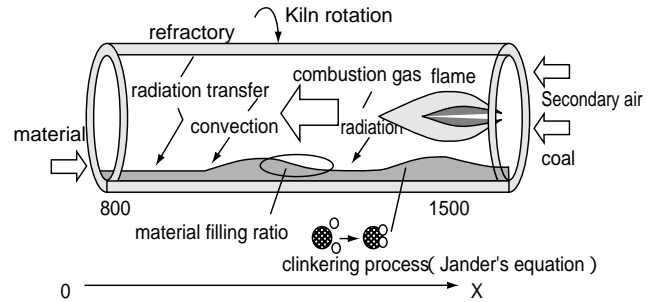


Fig.1 A flow diagram of cement rotary kiln

その燃焼ガス温度は最高 2,000°C 程度まで上昇する。このプロセスは内部が非常に高温となるため放射伝熱の作用が支配的である一種の向流型熱交換器といえる。

システムのモデル化では、先ず構成要素である原料、燃焼ガス、燃料(微粉炭)、耐火物のマテリアルやエンタルピーに関する各輸送方程式を求めることになるが、これらを下記に列記する<sup>5)</sup>。

なお、今回は後述するように原料・燃焼ガス(フレーム)・耐火物相互の放射伝熱量、Jander 式に基づくクリンカ生成反応を考慮した解析を行うが、ここではそれらの部分(太字部分)が既に付加された記述となっている。なお、各記号の説明は末尾に示されている。

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{Al_2O_3})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{Al_2O_3})}{\partial x} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{Fe_2O_3})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{Fe_2O_3})}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{CaCO_3})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{CaCO_3})}{\partial x} - \mathbf{K}_{CaCO_3} \rho_m A_m M_{CaCO_3} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{C_3S})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{C_3S})}{\partial x} + \rho_m A_m \frac{d(C_3S)}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho_m A_m M_{C_2S})}{\partial t} = -V_m \frac{\partial(\rho_m A_m M_{C_2S})}{\partial x} + \rho_m A_m \frac{d(C_2S)}{dt} \quad (9)$$

【 燃烧ガス 】

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_g V_g)}{\partial x} + 1/A_g (\mathbf{K}_{Coal} A_c \rho_c + 44/100 \mathbf{K}_{CaCO_3} \rho_m A_m M_{CaCO_3}) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_g T_g)}{\partial t} = & \frac{\partial(\rho_g V_g T_g)}{\partial x} + 1/C p_g A_g \{ H_{gm} F_m (T_m - T_g) + H C_{Coal} \mathbf{K}_{Coal} A_c \rho_c \\ & + \mathbf{K}_{Coal} A_c \rho_c C p_c T_c + H_{gc} F_c (T_c - T_g) + H_{gr} F_{r1} (T_{r1} - T_g) + \mathbf{RAD}_g \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho_g G_{N_2})}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_g V_g G_{N_2})}{\partial x} \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho_g G_{O_2})}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_g V_g G_{O_2})}{\partial x} - (32/12 A_g) \mathbf{K}_{Coal} A_c \rho_c \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho_g G_{CO_2})}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_g V_g G_{CO_2})}{\partial x} + 1/A_g \left( (44/12) \mathbf{K}_{Coal} A_c \rho_c + (44/100) \mathbf{K}_{CaCO_3} \rho_m A_m M_{CaCO_3} \right) \quad (14)$$

【 石 炭 】

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_c V_c)}{\partial x} - \mathbf{K}_{Coal} \rho_c \quad (15)$$

$$\frac{\partial(\rho_c T_c)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_c V_c T_c)}{\partial x} + (1/C p_c A_c) H_{gc} F_c (T_g - T_c) - \mathbf{K}_{Coal} \rho_c T_c \quad (16)$$

【 耐火物 】

$$\frac{dT_{r1}}{dt} = \frac{H_{gr} F_{r1} (T_g - T_{r1}) + \mathbf{RAD}_r - (3/W_r) k_r F_{r2} (T_{r1} - T_{r2})}{(W_r/3) F_r \rho_r C p_r} \quad (17)$$

$$\frac{dT_{r2}}{dt} = \frac{k_r \{ F_{r2} (T_{r1} - T_{r2}) - F_{r3} (T_{r2} - T_{r3}) \}}{(W_r/3)^2 F_r \cdot \rho_r \cdot C p_r} \quad (18)$$

$$\frac{dT_{r3}}{dt} = \frac{\left\{ (3/W_r)k_r F_{r2}(T_{r2} - T_{r3}) - H_{sa}F_s(T_{r3} - T_a) - \varepsilon_{mr}\sigma F_s T_{r3}^4 \right\}}{(W_r/3)F_r \rho_r C_{pr}} \quad (19)$$

$$K_{Coal} = \frac{87100 \exp\left(\frac{-17980}{T_c}\right) 6G_{O_2} \rho_c A_c}{1000D_c} \quad (20)$$

$$V_g = (T_g/T_{gi})V_{gi} \quad (21)$$

$$V_c = V_g = (T_g/T_{gi})V_{gi} \quad (22)$$

$$F_c = 6\rho_c(A_c/D_c)\rho_c \quad (23)$$

### 3 キルンダイナミックモデルの改善指針

今回実施した放射伝熱及びクリンカ生成反応に対するダイナミックモデルの改善内容は以下のものである。

#### 1) 放射伝熱解析に対する改善

キルン内のクリンカ焼成プロセスは非常に高温下で進行する為、伝熱プロセスとしては対流伝熱より放射伝熱がはるかに支配的である。放射伝熱は放射、吸収、反射が組み合わされて起こり、対流伝熱と異なり隣接していない要素間の伝熱作用があるため、伝熱解析は複雑になる。本研究ではモンテカルロ法 (READ 法) を用いて、セメント原料-燃焼ガス-耐火物間の放射伝熱作用を詳細に解析し、その結果をモデルに反映させた。

#### 2) クリンカ生成反応解析に対する改善

クリンカ生成反応は、Blite 生成 ( $C_2S$ ) と Alite 生成 ( $C_3S$ ) に大別されるが、これらの反応は固相反応であり、反応速度は反応物質濃度ではなく、反応物質の拡散速度により決まる。ここでは、固相反応速度を表す Jander 式を基にまず反応率に対する輸送方程式を導出した。さらに、それに基づき原料成分 ( $C_2S$ ,  $C_3S$ ) に対する輸送方程式 (生成速度式) を導出しこれらをクリンカ生成反応に対するモデルに反映させた。

### 4 放射伝熱解析に対する改善

#### 4.1 モンテカルロ法 (READ 法)

放射伝熱の解析に用いたモンテカルロ法 (READ 法) の概略を説明する<sup>9)</sup>。キルンを Fig.2 に示すように軸方向に等分割した際の原料、燃焼ガス、耐火物の各要素についての放射エネルギー収支は以下のように計算される。

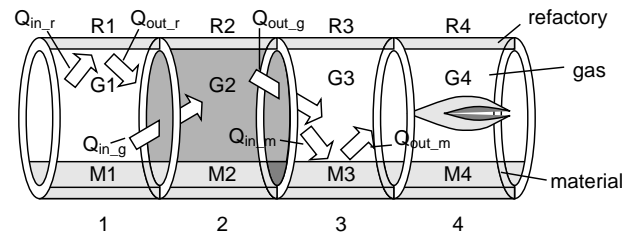


Fig.2 Radiative heat transfer in the kiln

尚、実プラントではクリンカー冷却帯が存在するが、本シミュレーションでは石炭はキルン出口端より送入されると仮定している為、Fig.2 の M4 領域での冷却帯は考慮していない。

$$Q_{out\_m\_i} = (1 - \alpha_m)\varepsilon_m\sigma T_{m\_i}^4 S_m \quad (24)$$

$$Q_{in\_m\_i} = \sum_{j \neq i} Rd_{ji} \cdot Q_{out\_m\_j} + \sum Rd_{ji} \cdot Q_{out\_g\_j} + \sum Rd_{ji} \cdot Q_{out\_r\_j} \quad (25)$$

$$Q_{out\_g\_i} = 4(1 - \alpha_{g\_i})k_{g\_i}\sigma T_{g\_i}^4 V_g \quad (26)$$

$$Q_{in\_g\_i} = \sum R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_m\_j} + \sum_{j \neq i} R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_g\_j} + \sum R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_r\_j} \quad (27)$$

$$Q_{out\_r\_i} = (1 - \alpha_r)\varepsilon_r\sigma T_{r\_i}^4 S_r \quad (28)$$

$$Q_{in\_r\_i} = \sum R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_m\_j} + \sum R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_g\_j} + \sum_{j \neq i} R_{d_{ji}} \cdot Q_{out\_r\_j} \quad (29)$$

ここで、 $\alpha_{m,g,r}$  は自己吸収率、すなわち、原料、耐火物の場合はいったん外に射出された放射エネルギーの内、壁面での反射により戻ってきて吸収される割合を、燃焼ガスの場合はガス要素内部より射出された放射エネルギーの内、外に出る前に吸収されるものと外に出た後壁面での反射により元のガス要素に戻ってきて吸収されるものの割合となる。また、 $R_{d_{ji}}$  は READ (Radiative Energy Absorption Distribution)、すなわち、対象となる要素  $i$  以外の要素  $j$  (原料・燃焼ガス・耐火物) から射出された放射エネルギーの内、要素  $i$  に到達し吸収される割合を示す。なお、 $S_m, S_r$  は原料及び耐火物要素の燃焼ガスとの接触面積、 $V_{O_g}$  は燃焼ガス要素の体積を示す。

このうち、READ 値の算出にモンテカルロ法を用いる。原料・燃焼ガス・耐火物の各要素から射出位置、射出方向がランダムに決定された  $N$  個のエネルギー粒子を追跡し、吸収される要素を調べる。要素  $i$  から射出された  $N$  個のエネルギー粒子のうち、再び要素  $i$  に戻って吸収される個数を  $N_i$  とし、 $i$  以外の要素  $j$  に到達し吸収される個数を  $N_j$  とすると、要素  $i$  の自己吸収率 ( $\alpha_i$ )、及び READ 値 ( $R_{d_{ji}}$ ) はそれぞれ以下ようになる。

$$\alpha_i = \frac{N_i}{N} \quad (30)$$

$$R_{d_{ij}} = \frac{N_j}{N - N_i} \quad (31)$$

原料要素の射出位置は、境界面が平面と仮定すると直交座標系で一様乱数を用いて決定される。燃焼ガス要素、耐火物要素の場合は Fig.3 に示す球面(極)座標系を用いる。射出方向は原料、耐火物の壁面要素の場合、

$$\theta = 2\pi R_\theta \quad (R_\theta \text{は } 0 \sim 1 \text{ の一様乱数}) \quad (32)$$

$$\eta = \cos^{-1} \sqrt{1 - R_\eta} \quad (R_\eta \text{は } 0 \sim 1 \text{ の一様乱数}) \quad (33)$$

燃焼ガスの場合、

$$\theta = 2\pi R_\theta \quad (R_\theta \text{は } 0 \sim 1 \text{ の一様乱数}) \quad (34)$$

$$\eta = \cos^{-1} \sqrt{1 - 2R_\eta} \quad (R_\eta \text{は } 0 \sim 1 \text{ の一様乱数}) \quad (35)$$

で求められる。

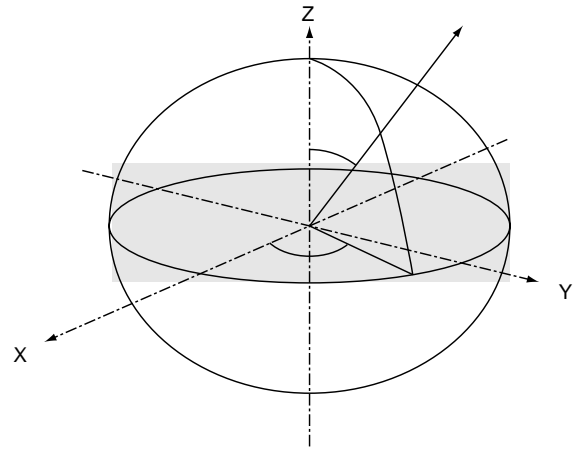


Fig.3 Launching direction of energy particle

原料、耐火物においてエネルギー粒子が吸収されるか反射されるかの判定は、放射率(=吸収率)を  $\varepsilon, 0 \sim 1$  の一様乱数を  $R_\varepsilon$  とすると、 $R_\varepsilon \leq \varepsilon$  で吸収、 $R_\varepsilon > \varepsilon$  で反射となり、反射の場合は新たに射出方向を求め、エネルギー量は保持したままさらに追跡を継続する。

燃焼ガスの場合、エネルギー粒子が吸収されるまでの距離  $s$  は、次式のようになる。

$$ks = -\log_e(1 - R_s) \quad (R_s \text{ は } 0 \sim 1 \text{ の一様乱数}) \quad (36)$$

$$s = \frac{-\log_e(1 - R_s)}{k} \quad (37)$$

となる。吸収係数がガス要素毎に異なる場合は、射出位置から順次通過するガス要素 ( $i: 1 \sim$ ) 毎の光学距離を積算していき、 $\sum_{i=1}^{n-1} k_i s_i \leq ks < \sum_{i=1}^n k_i s_i$  となる  $n$  番目のガス要素でエネルギー粒子が吸収されることになる。

本シミュレーションでは石炭バーナーから生成されるフレーム中の煤 (soot) により、燃焼ガスの吸収率が飛躍的に高くなる効果も反映されている (soot が含まれるフレームは輝度が上がる為、輝炎と呼ばれる)。

#### 4.2 放射伝熱量の算出

以上の関係のもと最終的なキルンにおける放射伝熱量 ( $RAD_{m,g,r}$ ) を算出する。要素  $i$  の放射伝熱による入熱量を  $Q_{in_i}$ 、出熱量を  $Q_{out_i}$ 、温度を  $T_i$ 、要素  $i \rightarrow j$  の READ 値マトリックスを  $Rd_{ij}$  ( $i = j \rightarrow Rd_{ij} = 0$ )、要素  $i$  の自己吸収率マトリックスを  $\alpha_{ij}$  ( $i \neq j \rightarrow \alpha_{ij} = 0$ ) とすると、これらは以下のように表される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q_{in_1} - Q_{out_1} \\ Q_{in_i} - Q_{out_i} \\ Q_{in_n} - Q_{out_n} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & Rd_{1i} & Rd_{1n} \\ Rd_{i1} & 0 & \\ Rd_{n1} & & 0 \end{bmatrix}^T - I \\ &\cdot \begin{bmatrix} \alpha_{11} & & 0 \\ & \alpha_{ii} & \\ & & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_m \sigma S_m & & 0 \\ & 4k_i \sigma V_g & \\ & & \varepsilon_r \sigma S_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1^4 \\ T_i^4 \\ T_n^4 \end{bmatrix} \quad (38) \end{aligned}$$

なお、原料要素に対応する列は  $\varepsilon_m \sigma S_m$ 、燃焼ガス要素に対応する列は  $4k_i \sigma V_g$ 、耐火物要素に対応する列は  $\varepsilon_r \sigma S_r$  とした。

## 5 クリンカ生成反応に対する改善

### 5.1 Jander の式に基づいた反応率の輸送方程式の導出

クリンカ生成反応は、Blite 生成 ( $2CaO + SiO_2 \rightarrow C_2S$ ) と Alite 生成 ( $CaO + C_2S \rightarrow C_3S$ ) に大別されるが、これらの反応は固相反応であり、反応速度は反応物質濃度ではなく反応物質の拡散速度が律速となる。固相反応速度を表す Jander の式<sup>10)</sup>を適用し、反応率の輸送方程式を導出する。

$$(1 - \sqrt[3]{1 - \alpha})^2 = Kt \quad (39)$$

$K$  は反応速度定数でアレニウスの式で表される。

$$K_{CaCO_3, C_2S, C_3S} = A_{c,x,y} \exp\left(\frac{-E_{c,x,y}}{RT_m}\right) \quad (40)$$

キルン内でのクリンカ生成反応を表現する為、(39) 式から  $CaO$  反応率  $\alpha$  の時間微分を求めると以下ようになる。ここで、 $A$  は頻度因子 ( $1/s$ )、 $E$  は活性化エネルギー ( $J/mol$ )、 $R$  は気体定数 ( $8.314 J/mol \cdot K$ )、 $T$  は反応温度 ( $K$ ) を示す。

キルン内でのクリンカ生成反応を表現する為、(39) 式から  $CaO$  反応率  $\alpha$  の時間微分を求めると以下ようになる。

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{3 - (1 - \alpha)^{2/3}}{2\{1 - (1 - \alpha)^{1/3}\}} K \quad (41)$$

(41) 式をもとに反応率  $\alpha$  の輸送方程式を導出すると以下ようになる。

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -V_m \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{3(1 - \alpha)^{2/3}}{2\{1 - (1 - \alpha)^{1/3}\}} K \quad (42)$$

### 5.2 原料成分の輸送方程式の導出

次に、上式を反応率の関係を基に原料の成分 ( $CaO$ ,  $C_2S$ ,  $C_3S$ ) の輸送方程式を導出する。

先ずクリンカ生成反応の反応速度定数は、現場データに基づき下記条件下で試算した。

- ① キルン内の原料通過時間を 30 分とする。
- ② 反応温度が前述した進行温度領域の下限温度で、反応時間が 1/3 原料通過時間 (=10 分) である場合の反応率は 10%
- ③ 反応温度が前述した進行温度領域の上限温度で、反応時間が 1/3 原料通過時間 (=10 分) である場合の反応率は 90%

原料の成分 (CaO, C<sub>2</sub>S, C<sub>3</sub>S) の輸送方程式を導出するには、反応率から反応量を算出する必要がある。そのためにはセメント原料中の C<sub>2</sub>S 生成に関わる CaO の重量割合  $\sigma_0$ , C<sub>3</sub>S 生成に関わる CaO の重量割合  $\beta_0$  を求める必要がある。

ここでは脱酸反応 (CaCO<sub>3</sub> → CaO + CO<sub>2</sub>) 完了後の主要成分の重量割合を [CaO], [SiO<sub>2</sub>], [Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>], [Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>] とし, C<sub>3</sub>A 生成に関わる CaO の重量割合を  $\zeta_0$ , C<sub>4</sub>AF 生成に関わる CaO の重量割合を  $\eta_0$  とすると,  $\alpha_0, \beta_0$  は以下のように求められる。

$$\zeta_0 = 3 \cdot 56 \frac{[Al_2O_3] - 102/160[Fe_2O_3]}{102} \quad (43)$$

$$\eta_0 = 4 \cdot 56 \frac{[Fe_2O_3]}{160} \quad (44)$$

$$\alpha_0 = 2 \cdot 56 \frac{[SiO_2]}{60} \quad (45)$$

$$\beta_0 = [CaO] - \alpha_0 - \zeta_0 - \eta_0 \quad (46)$$

ここで, 56, 60, 102, 160 はそれぞれ CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> の分子量を示す。

これらをもとに最終的に導出される C<sub>2</sub>S, C<sub>3</sub>S の生成速度 (重量割合の時間微分) 以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d[C_2S]}{dt} &= 172/112\alpha'K_{C_2S} - 172/56\beta'K_{C_3S} \\ &= 172/112\alpha_0 \frac{3 - (1 - \alpha)^{2/3}}{2\{1 - (1 - \alpha)^{1/3}\}} K_{C_2S} \\ &\quad - 172/56\beta_0 \frac{3(1 - \beta)^{2/3}}{2\{1 - (1 - \beta)^{1/3}\}} K_{C_3S} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\frac{d[C_3S]}{dt} = 228/56\beta_0 \frac{3(1 - \beta)^{2/3}}{2\{1 - (1 - \beta)^{1/3}\}} K_{C_3S} \quad (48)$$

## 6 原料昇温過程のダイナミックシミュレーション

前章までに示したダイナミックモデル改善の有効性を確認するため原料昇温過程に対するシミュレーションを実施した。Tab.1 には、現場データなどに基づき決定した各種シミュレーション条件を示す。

シミュレーションでは、先に示した原料, 燃焼ガス, 燃料, 耐火物のマテリアル及びエンタルピーに関する輸送

方程式 (1) 式 ~ (23) 式) に今回改善を行った解析結果を反映させた。その際, 数学モデルの取り扱いとしてはキルンを軸方向に分割することで (ここでは 4 セクション) 各方程式を集中化しそれらを離散化輸送方程式に変換した。なお, 重みつき残差法などの集中化を行う場合シミュレーションの刻みを大きくすることが可能である。シミュレーターの構築には, MATLAB・SIMULINK を用いることで Fig.4 に示すようなモジュール型プログラムを作成した。

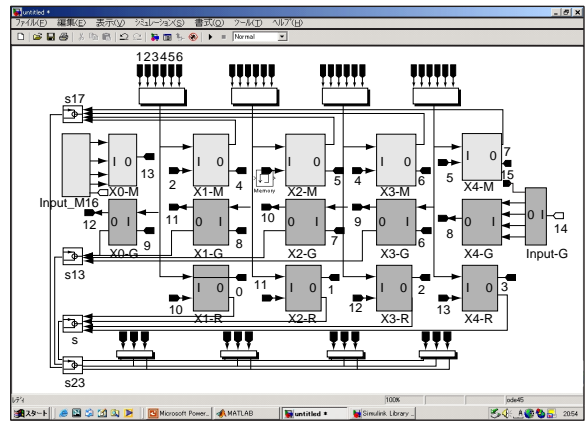


Fig.4 A kiln simulator generated by SIMULINK

これにより, セクション数の変更や他のプロセスとの結合などの拡張が容易となる。

構築したシミュレーターにより原料温度, ガス温度, クリンカ成分等の状態変数のキルン内分布や時間推移を求めることが可能である。このうち, 今回は原料の昇温過程に関し以下に示すシミュレーションを実施した。

- A) 放射伝熱の解析に基づいた READ 値 matrix, 自己吸収率 matrix, の算出, 及び原料の受ける放射伝熱の寄与率の解析
- B) 原料, ガス, 及び原料主成分 (C<sub>2</sub>S・C<sub>3</sub>S) の昇温曲線の解析
- C) フレーム (輝炎) の有無による放射伝熱が原料及びガス昇温過程へ与える影響

## 7 シミュレーション結果及び考察

- A) 原料の受ける放射伝熱の寄与率の解析

セメントキルンで使用される微粉炭バーナーより形成されるバーナーフレームには SOOT (煤) の影響によりガス放射率がフレーム外領域より飛躍的に高くなる。そこで,

Tab.1 Simulation conditions

|   |                                |                           |                                |                     |                        |
|---|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------|------------------------|
| Kiln diameter                           | 3                              | [m]                       | Length of kiln                 | 60                  | [m]                    |
| Material charging rate                  | 94.75                          | [t-raw/h]                 | Material filling ratio         | 10                  | [%]                    |
| Kiln throughput                         | 90                             | [t-cl/H]                  | Input material temp            | 1,073               | [K]                    |
| Initial material temp.                  | 1,073                          | [K]                       | Initial refractory temp.       | 1,073               | [K]                    |
| <Constituent of material>               |                                |                           |                                |                     |                        |
| CaO                                     | 57                             | [%]                       | SiO <sub>2</sub>               | 22                  | [%]                    |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>          | 6                              | [%]                       | Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 3                   | [%]                    |
| CaCO <sub>3</sub>                       | 12                             | [%]                       |                                |                     |                        |
| Input gas temp. ( $T_{gi}$ )            | 1,273                          | [K]                       | Initial gas temp. in the kiln  | 1,273               | [K]                    |
| Unit of secondary air                   | 0.5                            | [Nm <sup>3</sup> /KG-cl]  | Unit of coal                   | 0.045               | [kg/KG-cl]             |
| Cross section area of coal burning zone | Cross section area of kiln×0.3 | [m <sup>2</sup> ]         |                                |                     |                        |
| $A_c$                                   | $5.24 \times 10^6$             | [1/s]                     | $E_c$                          | $2.05 \times 10^5$  | [J/mol]                |
| $A_x$                                   | $2.16 \times 10^8$             | [1/s]                     | $E_c$                          | $3.29 \times 10^5$  | [J/mol]                |
| $A_y$                                   | $2.78 \times 10^{18}$          | [1/s]                     | $E_y$                          | $7.18 \times 10^5$  | [J/mol]                |
| $\rho_r$                                | 3000                           | [kg/m <sup>3</sup> ]      | $\rho_c$                       | 790                 | [kg/m <sup>3</sup> ]   |
| $D_c$                                   | $10 \times 10^{-6}$            | [m]                       | $T_a$                          | 298                 | [K]                    |
| $C_{pm}$                                | 1,000                          | [J/(kgK)]                 | $C_{pg}$                       | 1,000               | [J/(kgK)]              |
| $C_{pc}$                                | 629                            | [J/(kgK)]                 | $C_{pr}$                       | 1,050               | [J/(kgK)]              |
| $H_{gm}$                                | 12                             | [W/(m <sup>2</sup> K)]    | $H_{gc}$                       | 47.5                | [W/(m <sup>2</sup> K)] |
| $H_{gr}$                                | 12                             | [W/(m <sup>2</sup> K)]    | $H_s$                          | 10                  | [W/(m <sup>2</sup> K)] |
| $HC_{CaCO_3}$                           | $-1.674 \times 10^6$           | [J/Kg-CaCO <sub>3</sub> ] | $HC_{C_3S}$                    | $2.557 \times 10^4$ | [J/Kg-CaO]             |
| $HC_{C_2S}$                             | $8.862 \times 10^5$            | [J/Kg-CaO]                | $\varepsilon_{mr}$             | 0.8                 |                        |
| $HC_{Coal}$                             | $2.93 \times 10^7$             | [J/Kg-Coal]               | $W_r$                          | 0.25                | [m]                    |
| $k_r$                                   | 2.5                            | [W/m/K]                   |                                |                     |                        |

この影響について READ 法を基に READ 値 matrix と自己吸収率 matrix を算出した。算出においては、Fig.2 に示すようにキルンを 4 セクションに分け各セクションの原料要素、燃焼ガス要素、耐火物要素を M1~M4, G1~G4, R1~R4 とし、以下に示す条件のもとモンテカル口法により READ 値マトリックス、自己吸収率マトリックスを求めた。

#### 【算出条件】

- 1) 要素：原料・ガス・耐火物をキルン軸方向に 4 等分割
- 2) 原料，耐火物要素の放射率 ( $\varepsilon$ ) :  
M1~4, R1~4      0.8
- 3) ガス要素の吸収係数 ( $k$ ) :  
G1~G3      0.2  
G4      0.8

Tab.2, 3 には算出された READ 値 matrix 及び自己吸収率 matrix を示している。

ここで、READ 値マトリックスは対象とする要素以外から射出された放射エネルギーの割合を、また、自己吸収率 matrix はいったん外に射出された放射エネルギーの

内、壁面での反射により戻り吸収される割合を示す。次に、この結果を基に全要素の温度が等しい場合の原料が受ける放射伝熱 ( $Q_{in,m}$ ) の寄与率を求めた。その結果を Tab.4 に示す。

これにより、M1~M3 は隣接している燃焼ガス、耐火物からほぼ同量の放射熱量を受けていることや、M4 は G4 の吸収率が高い為燃焼ガスから受ける割合が高くなっている様子が分る。従来の研究では燃焼ガス-原料間の放射伝熱のみ考慮しているが、これより耐火物から受ける放射熱量の割合が燃焼ガスより高いことが判明した。

#### B) 原料，ガス，及び主成分の昇温曲線の解析

Fig.5 には、キルン出口端要素 M4 G4 における原料，ガス，C<sub>2</sub>S (ビーライト)，及び C<sub>3</sub>S (エーライト) に対する昇温過程の時間推移のシミュレーション結果を示す。

これより、原料温度が約 4,000sec 後に昇温速度が急激に変化する様子が確認できる。これは、C<sub>2</sub>S と C<sub>3</sub>S のグラフから分るように、この時点で C<sub>2</sub>S (ビーライト) の生成がほぼ完了し C<sub>3</sub>S (エーライト) の生成反応が始まり反応熱発生量が変化したものといえる。このように原料及び主要成分の昇温過程の変化のダイナミクスが正確



Tab.2 READ matrix

|    | M1    | M2    | M3    | M4    | G1    | G2    | G3    | G4    | R1    | R2    | R3    | R4    |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| M1 |       |       |       |       | 0.378 | 0.005 |       |       | 0.563 | 0.019 |       |       |
| M2 |       |       |       |       | 0.006 | 0.415 | 0.007 |       | 0.014 | 0.537 | 0.021 |       |
| M3 |       |       |       |       |       | 0.007 | 0.369 | 0.015 |       | 0.022 | 0.579 | 0.008 |
| M4 |       |       |       |       |       |       | 0.005 | 0.830 |       |       | 0.008 | 0.141 |
| G1 | 0.185 | 0.007 |       |       |       | 0.015 |       |       | 0.723 | 0.027 |       |       |
| G2 | 0.014 | 0.183 | 0.005 |       | 0.012 |       | 0.015 |       | 0.019 | 0.744 | 0.008 |       |
| G3 |       | 0.006 | 0.169 | 0.010 |       | 0.010 |       | 0.022 |       | 0.018 | 0.753 | 0.013 |
| G4 |       |       | 0.006 | 0.234 |       |       | 0.009 |       |       |       | 0.012 | 0.693 |
| R1 | 0.215 | 0.020 |       |       | 0.661 | 0.026 |       |       |       | 0.014 |       |       |
| R2 | 0.012 | 0.206 | 0.018 |       | 0.017 | 0.682 | 0.018 |       | 0.024 |       | 0.023 |       |
| R3 |       | 0.015 | 0.270 |       |       | 0.021 | 0.620 | 0.038 |       | 0.015 |       | 0.020 |
| R4 |       |       | 0.004 | 0.057 |       |       | 0.004 | 0.902 |       |       | 0.005 |       |

Tab.3 Self absorption matrix

|    | M1    | M2    | M3 | M4    | G1    | G2    | G3    | G4    | R1    | R2    | R3    | R4    |
|----|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| M1 | 0.001 |       |    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| M2 |       | 0.001 |    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| M3 |       |       |    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| M4 |       |       |    | 0.002 |       |       |       |       |       |       |       |       |
| G1 |       |       |    |       | 0.255 |       |       |       |       |       |       |       |
| G2 |       |       |    |       |       | 0.266 |       |       |       |       |       |       |
| G3 |       |       |    |       |       |       | 0.283 |       |       |       |       |       |
| G4 |       |       |    |       |       |       |       | 0.658 |       |       |       |       |
| R1 |       |       |    |       |       |       |       |       | 0.348 |       |       |       |
| R2 |       |       |    |       |       |       |       |       |       | 0.339 |       |       |
| R3 |       |       |    |       |       |       |       |       |       |       | 0.345 |       |
| R4 |       |       |    |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.080 |

Tab.4 Ratio of radiative heat that material receives

(%)

|        |       | M1    | M2    | M3    | M4   |
|--------|-------|-------|-------|-------|------|
| Source | M1    |       |       |       |      |
|        | M2    |       |       |       |      |
|        | M3    |       |       |       |      |
|        | M4    |       |       |       |      |
|        | G1    | 43.8  | 1.5   |       |      |
|        | G2    | 3.2   | 42.1  | 1.2   |      |
|        | G3    |       | 1.3   | 35.9  | 3.8  |
|        | G4    |       |       | 1.0   | 73.9 |
|        | R1    | 50.2  | 4.6   |       |      |
|        | R2    | 2.8   | 47.0  | 3.8   |      |
|        | R3    |       | 3.5   | 57.1  |      |
| R4     |       |       | 0.9   | 22.3  |      |
| sum    | 100.0 | 100.0 | 100.0 | 100.0 |      |

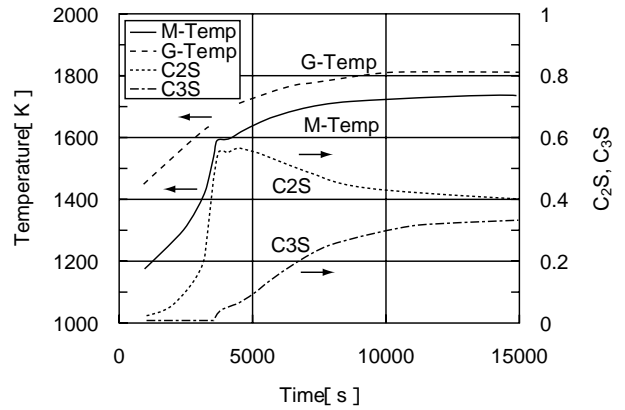


Fig.5 Temp. C<sub>2</sub>S C<sub>3</sub>S trend at 4th section

にシミュレートできることは、今後このプロセスの制御で想定されるゲインスケジューリング的な制御，すなわち，温度域変化にともなう対象の動特性変化に対する制御則切り替え時の決定に重要な知見を与える．

### C) フレーム（輝炎）の有無による原料及びガス昇温過程

最後に，フレーム（輝炎）の有無が原料及びガス昇温過程へ与える影響を調べた．ここでは，フレーム（輝炎）の有無，すなわち G4 の吸収係数が 0.2（フレーム無し）と 0.8（フレーム有り）の場合に対し，原料及びガスの昇温過程を比較した．これらの結果を Fig.6 に示す．

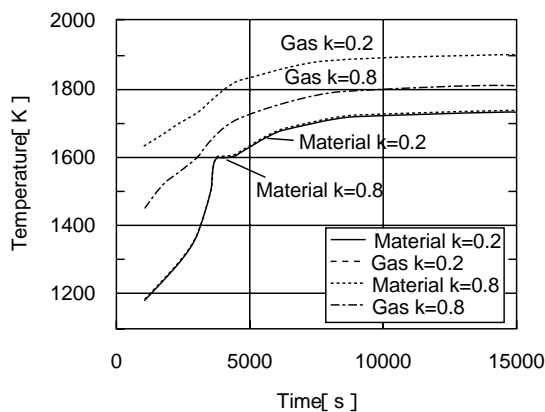


Fig.6 Material Gas temperature trend (absorption coefficient in Gas-4 = 0.8 or 0.2)

これによると，過去の研究ではバーナーより形成されるフレームはガス放射率を飛躍的に高め原料昇温やクリンカ生成に寄与しているとの説明がなされていたが，シミュレーション結果を見るとガスの場合とは異なり原料温度に関してはフレームの有無による温度変化の相違が見られず，フレームによる放射率増大の効果は実際には殆ど無いことが判明した．これは，フレームによりガス放射率は増大するものの，同時に自己吸収率も高くなるためガスから外に放出される放射エネルギーとしては殆ど変わらないためと考えられる．

最後に，Fig.7 は今回実施した READ 法，すなわち，隣接していない遠隔要素からの放射伝熱効果を考慮した場合と従来法との昇温過程の比較を示した．

これより，従来法では遠隔要素からの放射伝熱効果を考慮した READ 法とは異なり，キルン内原料（クリンカー）が受ける放射伝熱が分散され原料温度のキルン軸方向分布がなだらかなることがない為に，READ 法に比べ温度が高く見積もられてしまうことが判明した．

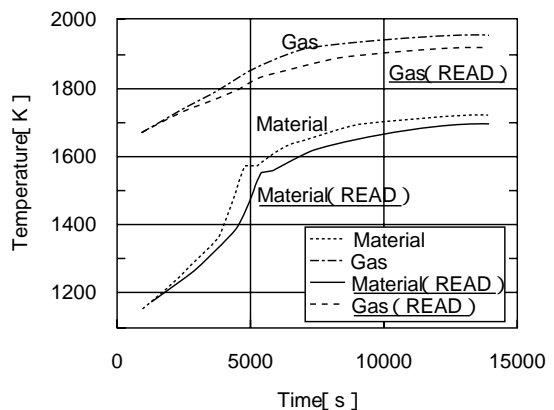


Fig.7 Comparison with the gas and material temperature by difference of READ method and the conventional method

## 8 まとめ

セメントロータリーキルンに対し放射伝熱及びクリンカ生成反応に関するより詳細な解析を行うことで，キルンダイナミックモデルの改善を試みた．すなわち，モンテカルロ法による放射伝熱，及び Jander 式に基づく反応率及び原料成分輸送方程式導入によるクリンカ生成反応の詳細な解析をモデルに反映させた．

今回の結果をまとめると以下ようになる．

- 1) Jander の式を基に反応率及び原料の成分 ( $C_2S$ ,  $C_3S$ ) の輸送方程式を導出することでクリンカ生成反応に対するダイナミクスの改善が提案できた．
- 2) モンテカルロ法により得られた READ 値 matrix 及び自己吸収率 matrix から原料が受ける放射伝熱の寄与率を求めたところ，燃烧ガスのみならず隣接している耐火物からもほぼ同量の放射熱量を受けていることが分り耐火物からの放射熱量の解析の重要性が窺えた．
- 3) 今回の放射伝熱及びクリンカ生成反応の解析によるキルンダイナミックモデルの改善により，原料，ガス，及び原料主成分の昇温過程の時間推移がより正確にシミュレートできた．
- 4) フレーム（輝炎）の有無による原料及びガスの昇温に与える影響を調べたところ，過去の知見と異なりフレームによるガス放射率増大が原料昇温に与える影響は殆ど無いことが判明した．これは自己吸収率増大により放射率増大効果が相殺されるためと考えられる．

今後は，クリンカクーラーや仮焼炉についても同様な

解析を行うことで、セメント焼成プロセス全体に対する放射伝熱等の影響を重視したより詳細なシミュレーターを構築し、このプロセスの高効率化を目指した制御の実現のステップとしたい。

[参考文献]

1) Guruz, H. K. and N. Bac: "Mathematical modeling of rotary cement kilns by the zone method", The Canadian journal of chemical engineering, **59**, 540-548 (1981)

2) D. M. ヒンメルブラウ, K. B. ビショッフ (1971): "プロセス解析計算法", 培風館, p291-292, Tokyo, JAPAN

3) Rung, T. Bui: "A computer model for the cement kiln", *IEEE Trans. On. Inds. Appl.*, **IA-18**, 424-430 (1982)

4) Metzger, M.: "Simplified mathematical model of the rotary kiln unit dynamical properties", *IFAC 3rd Symposium '82*, France, 491-497 (1982)

5) Spang, H. A. "a dynamic model of a cement kiln", *Automatica*, **8**, 309-323 (1972)

6) Mastorakos, E, A. Massias and Tsakiroglou, C D.; "CFD predictions for cement kilns including flame modelling, heat transfer and clinker chemistry", *Applied Mathematical Modelling*, **23**, 55-77 (1999)

7) 松尾誠治, 岡野靖彦: "ロータリーキルンの数学モデルに基づく重みつき残渣法を用いた局所線形モデルの導出—セメント焼成プロセスの制御のためのモデル化に関する研究—", *資源と素材*, 117, 36-42 (2001)

8) Tapio, Westerlund: "Identification and control of an industrial dry process cement kiln", *Proc. Jt. Autom. Control conf.*, 2, 5c1-5c7 (1980)

9) 谷口博・工藤一彦・黒田明慈 他著: "パソコン活用のモンテカルロ法による放射伝熱解析", p.126, コロナ社 (1994)

10) 荒井康夫: "セメントの材料化学", p.78, 大日本図書 (1984)

( 受付 2003. 4.12 )  
( 受理 2003. 5.30 )

Nomenclature

|                |  |                           |
|----------------|--|---------------------------|
| $A_{co}$       | : area of coal at given cross section  | [m <sup>2</sup> ]         |
| $Ac$           | : pre-exponential factor ( $CO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ )                       | [1/s]                     |
| $A_g$          | : area of gas at given cross section   | [m <sup>2</sup> ]         |
| $A_m$          | : area of solid at given cross section   | [m <sup>2</sup> ]         |
| $A_x$          | : pre-exponential factor ( $CaO + 2SiO_2 \rightarrow C_2S$ )                     | [1/s]                     |
| $A_y$          | : pre-exponential factor ( $CaO + C_2S \rightarrow C_3S$ )                       | [1/s]                     |
| $C_{pg,pm}$    | : specific heat at constant pressure of combustion gas, material                 | [J/kg/K]                  |
| $C_{pr,pc}$    | : specific heat at constant pressure of refractory, coal                         | [J/kg/K]                  |
| $Dc$           | : diameter of coal particle  | [m]                       |
| $Ec$           | : activation energy ( $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ )                          | [J/mol]                   |
| $E_x$          | : activation energy ( $CaO + 2SiO_2 \rightarrow C_2S$ )                          | [J/mol]                   |
| $E_y$          | : activation energy ( $CaO + C_2S \rightarrow C_3S$ )                            | [J/mol]                   |
| $F_{c,m}$      | : heat transfer surface (gas-coal, material-gas)                                 | [m <sup>2</sup> ]         |
| $F_r$          | : heat transfer surface (r3-atmosphere)  | [m <sup>2</sup> ]         |
| $F_{r1,r2,r3}$ | : heat transfer surface gas-r1, r1-r2, r2-r3                                     | [m <sup>2</sup> ]         |
| $F_s$          | : kiln shell suaface area  | [m <sup>2</sup> ]         |
| $G_{CO_2}$     | : ratio of $CO_2$ in combustion gas  | [-]                       |
| $G_{N_2,O_2}$  | : ratio of $N_2, O_2$ in combustion gas  | [-]                       |
| $HC_{C_2S}$    | : heat generated by chemical reactions ( $2CaO + SiO_2 \rightarrow C_2S$ )       | [J/kg-CaO]                |
| $HC_{C_3S}$    | : heat generated by chemical reactions ( $CaO + C_2S \rightarrow C_3S$ )         | [J/kg-CaO]                |
| $HC_{CaCO_3}$  | : heat generated by chemical reactions ( $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ )       | [J/kg-CaCO <sub>3</sub> ] |
| $HC_{Coal}$    | : heat generated by chemical reactions ( $C + O_2 \rightarrow CO_2$ )            | [J/kg-Coal]               |
| $H_{gc,gm}$    | : convective heat transfer coefficient of gas to coal, gas to sold               | [W/m <sup>2</sup> /K]     |
| $H_{gr,sa}$    | : convective heat transfer coefficient of gas to refractory, shell to atmosphere | [W/m <sup>2</sup> /K]     |
| $k_{g_i}$      | : absorption coefficient   | [1/m]                     |
| $K_{C_2S}$     | : coefficient of reaction ( $2CaO + SiO_2 \rightarrow C_2S$ )                    | [1/s]                     |
| $K_{C_3S}$     | : coefficient of reaction (center part zone r2)                                  | [1/s]                     |
| $K_{CaCO_3}$   | : coefficient of reaction ( $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ )                    | [1/s]                     |
| $K_{Coal}$     | : coefficient of reaction ( $C + O_2 \rightarrow CO_2$ )                         | [1/s]                     |

|                               |   |                                     |
|-------------------------------|---|-------------------------------------|
| $k_r$                         | : coefficient of conduction refractory to air       | [W/m·K]                             |
| $N$                           | : the number of an energy particle emitted from i   | [—]                                 |
| $N_j$                         | : the number of an energy particle absorbed with i  | [—]                                 |
| $M_{Al_2O_3}$                 | : ingredient ratio of $Al_2O_3$                     | [—]                                 |
| $M_{CaCO_3}$                  | : ingredient ratio of $CaCO_3$                      | [—]                                 |
| $M_{CaO}$                     | : ingredient ratio of CaO                           | [—]                                 |
| $M_{Fe_2O_3}$                 | : ingredient ratio of $Fe_2O_3$                     | [—]                                 |
| $M_{SiO_2}$                   | : ingredient ratio of $SiO_2$                       | [—]                                 |
| $Q_{out\_m}$                  | : radiant heat emitted from materials               | [J/s]                               |
| $Q_{out\_g}$                  | : radiant heat emitted from gas                     | [J/s]                               |
| $Q_{out\_r}$                  | : radiant heat emitted from refractory              | [J/s]                               |
| $Q_{in\_g}$                   | : radiant heat which gas receives                   | [J/s]                               |
| $Q_{in\_m}$                   | : radiant heat which materials receive              | [J/s]                               |
| $Q_{in\_r}$                   | : radiant heat which refractory receives            | [J/s]                               |
| RAD <sub>g</sub>              | : heat transfer of gas by radiation                 | [W/m <sup>2</sup> ]                 |
| RAD <sub>m</sub>              | : heat transfer of material by radiation            | [W/m <sup>2</sup> ]                 |
| RAD <sub>r</sub>              | : heat transfer of refractory by radiation          | [W/m <sup>2</sup> ]                 |
| $Rd_{ji}$                     | : radiative energy absorption distribution          | [—]                                 |
| $R_{\theta,\eta,\varepsilon}$ | : the random numbers in the interval (0, 1)         | [—]                                 |
| $S_{m,r}$                     | : heat transfer surface of m.-gas, r-gas            | [m <sup>2</sup> ]                   |
| $s$                           | : distance until an energy particle is absorbed     | [m]                                 |
| $T_a$                         | : temperature outside kiln                          | [K]                                 |
| $T_{c,g,m}$                   | : temperature of coal, combustion gas, material     | [K]                                 |
| $T_{gi}$                      | : temperature of combustion gas at end part of kiln | [K]                                 |
| $T_m$                         | : temperature of material                           | [K]                                 |
| $T_{r1}$                      | : temperature of refractory (inside zone r1)        | [K]                                 |
| $T_{r2}$                      | : temperature of refractory (center part zone r2)   | [K]                                 |
| $T_{r3}$                      | : temperature of refractory (outside zone r3)       | [K]                                 |
| $V_{g,m}$                     | : velocity of gas, material                         | [m/s]                               |
| $V_{gi}$                      | : velocity of gas at end part of kiln               | [m/s]                               |
| $VO_g$                        | : volume of a combustion gas element                | [m <sup>3</sup> ]                   |
| $W_r$                         | : thickness of refractory                           | [m]                                 |
| $\alpha$                      | : ratio of reacted CaO for $C_2S$ generation        | [—]                                 |
| $\alpha_0$                    | : amount ratio of CaO for $C_2S$ generation         | [—]                                 |
| $\alpha_{m,g,r}$              | : rate of self absorption of m, g, r                | [—]                                 |
| $\beta$                       | : ratio of reacted CaO for $C_3S$ generation        | [—]                                 |
| $\beta_0$                     | : amount ratio of CaO for $C_3S$ generation         | [—]                                 |
| $\varepsilon_{mr}$            | : surface emissivity of kiln shell                  | [—]                                 |
| $\sigma$                      | : Steffan-Boltzmann constant                        | [W/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup> ] |
| $\theta$                      | : the azimuthal angle in spherical coordinates      | [rad]                               |
| $\eta$                        | : the polar angle in spherical coordinates          | [rad]                               |
| $\rho_c$                      | : density of coal                                   | [kg/m <sup>3</sup> ]                |
| $\rho_{ci,gi}$                | : density of coal, gas at end part of kiln          | [kg/m <sup>3</sup> ]                |
| $\rho_{g,r}$                  | : density of gas, refractory                        | [kg/m <sup>3</sup> ]                |
| $\rho_m$                      | : bulk density of solid                             | [kg/m <sup>3</sup> ]                |