<連載>

第2回 多変数制御

Multivariable Control

中川東一郎*

Toichiro Nakagawa*

はじめに

多変数制御を実施する場合、対象プロセスの構造や特色をよく把握しておくのが肝要であることは、今更いうまでもない。このため、ここではプロセスの基本物理、化学等に基づいた数式モデルと、さらにプロセスの挙動を与える時系列モデルの二つのモデルを取りあげた。概念的一般論より筆者の経験したセメントロータリキルン(回転窯)プロセスを例に、具体的に述べた方が読者には考えやすいと思った次第であるが、プロセスは異なってもアプローチは共通なもであり一般性があると考え、この点予め御了承を御願い致します。

Fig. 1 は、セメント製造工程の概要を示す。キルンは直径 $4\sim5$ m、長さ $40\sim100$ mに及ぶ傾斜円筒回転体で、一端から送入される原料(石灰石、珪石等)は、他端から送り込まれる熱流と熱交換しながら、直列につながったクーラ(焼塊クリンカ冷却機)へ放出される。このキルンとクーラの数式モデルを記述することは紙数の制限もあり、詳細は文献 1)、2) を参照していただければ幸いである。

1. 動態的数式モデル(セメントキルンの場合)

ここでキルンプロセスとは、ロータリキルンに直結するクリンカクーラプロセスも含むものとする。キルンの数式モデルとは云いながら数多くの前提条件の下に作成されており、キルンを回転軸の方向に多数のセクションに輪切りして細分し、それぞれの分割部分で熱収支、物質収支を行って逐次的にキルン全体に拡げていくことに

なる. セメント製造工程は, 乾燥, 仮焼, 焼成, 冷却の各工程が直列結合をしており, その伝熱機構は, 輻射, 対流, 伝熱と複雑にからみ合っている. キルンとクーラは直列結合しているので両者のモデルをフィードバック, フィードフォワード両方向で考えねばならない.

2. 数式モデルの型

キルンの場合、キルン回転軸方向における各セクションの輪切り部分の熱収支式の型は下記のようになる.

$$\frac{\partial (G_{s} \cdot T_{s})}{\partial t} + \frac{\partial (V_{s} \cdot G_{s} \cdot T_{s})}{\partial x} = f_{0} \qquad \cdots (1)$$

第1項は熱蓄積で、第2項は原料の流れによる熱量変化を示す。右項は非線形関数で、ガス、原料、内壁間のそれぞれの熱伝達に関する項を含み、また同時に原料の中で起る分解や、いろいろな熱吸収や発熱反応による熱収支も含まれている。同様にガスに関する熱収支は

$$\frac{\partial (G_g \cdot T_g)}{\partial t} - \frac{\partial (V_g \cdot G_g \cdot T_g)}{\partial x} = g_0 \qquad \cdots (2)$$

この式は、原料とガスが向流型によることから、第2項が負記号である事以外は(1)式と同型である。同様に物質収支に関しては

原料:
$$\frac{\partial \mathbf{x}_j}{\partial \mathbf{t}} + \frac{\partial (\mathbf{V}_s \cdot \mathbf{x}_j)}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{f}_j$$
 ···(3)

$$\vec{\mathcal{H}} \times : \frac{\partial \mathbf{y}_{i}}{\partial t} - \frac{\partial (\mathbf{V}_{g} \cdot \mathbf{y}_{j})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{g}_{i} \qquad \cdots (4)$$

但し, $i=N_2$, H_2O , CO_2 , O_2 $j=H_2O$,CaO,MgO, $MgCO_3$, SiO_2 , Al_2O_3 , Fe_2O_3 , $2CaOSiO_2$, $3CaOSiO_2$, $3CaOAl_2O_3$,

^{* 〒 368-0012} 埼玉県秩父市滝の上町 5-21 TEL: 0494-22-1047

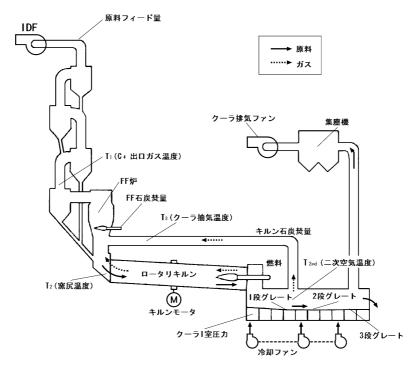


Fig. 1 セメント製造焼成工程および計測点の概要.

4CaOAl₂O₃Fe₂O₃.

Tg: ガス温度, Ts: 原料温度,

Vg:ガス速度, Vs:原料速度

右辺の g_i , f_i はいろいろの成分の生成消滅による非線 形関数である. いま V_g , V_s を一定と仮定すると

$$\frac{\partial x_j}{\partial t} + V_s \cdot \frac{\partial x_j}{\partial x} = f_j(j = 0 \sim 12)$$
 (5)

$$\frac{\partial y_i}{\partial t} - V_g \cdot \frac{\partial y_i}{\partial x} = g_i (i = 13 \sim 17)$$
 (6)

これらをマトリックスで表現すると

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & V_s & 0 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -V_g \\ 0 & 0 & dt & dx \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{\partial x_j}{\partial t} \\ \frac{\partial x_j}{\partial x} \\ \frac{\partial y_i}{\partial t} \\ \frac{\partial y_i}{\partial x} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} f_j \\ dx_j \\ g_i \\ dy_i \end{array} \right)$$

この特性方程式は,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + (V_g - V_s)\frac{dx}{dt} - V_g V_s \; = \; 0 \; \succeq \text{Te} \; \text{I}. \label{eq:second_eq}$$

そして,
$$(V_g - V_s)^2 + 4V_g V_s = (V_g + V_s)^2 > 0$$

従って、双曲型となっており、上記偏微分方程式は特性曲線法で解く事が出来るので、計算時間も短縮される. クーラも同様な型である.数値計算技法についてはいろいろあるが、本稿の趣旨ではないので割愛する.

3. 数値計算によるシミュレーション

上記の数式モデルを数値計算により、プログラム上でステップ応答をシミュレーションすることができる. このステップ応答の二、三の例を掲げてみる. Fig. 2、Fig. 3は、キルン回転速度の10%増減によるステップ応答の計算結果で、実際のプロセスでこのようなステップ応答テストをする事は不可能である. この Fig. 2、Fig. 3をみると、回転速度の10%増減に対し、上下非対称の非線形を示している.

このような動きは実際にはなかなか認識し難いことで、実際の運転ではこの回転速度の僅かのシフトが積分的に大きな影響を与え、塵も積れば山となる通りとなる. 時系列モデルの同定時に、この回転速度を変数として取り入れると、その非線形のため少し対応の悪い様子を垣間見ることを経験している. Fig. 4 は、外気温度変化の

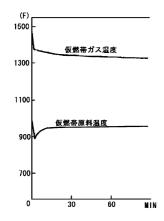


Fig. 2 キルン回転速度 10%増によるステップ応答.

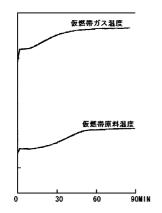


Fig. 3 キルン回転速度 10%減によるステップ応答.

プロセスに与える影響をステップ応答シミュレーション により知り得るもので、一般に外気温度の変化などと軽 視することの戒めを示すものである. A は初期状態, B は 5%減、C は 10%減に対するステップ応答で、熱消費 やセメントの品質等に大きな影響を与え、夏場と冬場の 違い,熱帯と寒冷帯の違い等様々な知識を与えてくれる. ガラス溶融炉においては、外気温度を変数の一つとして 燃焼の制御に採り入れている. Fig. 5 はクーラグレート 速度によるステップ応答で、 ステップ印加の影響がいろ いろの多変数に影響を与え、これらによるフィードバッ クの影響もあらわれて複雑な応答を示していることが分 る. このようなステップ応答テストは、熱炉プロセスで は生産的に大きな不安定と損失を与えるため、筆者の知 る限りでは不可能である. Fig. 6 は Fig. 3 と同じく, キ ルン回転速度を 10%減に対する他の多変数に対する影 響を示しているが、他の多変数に対し様々な影響を与え、 さらにこれらがフィードバックされて二次影響、三次影 響等として波及し、これらのシミュレーションはプロセ スの動きを知るらえで大変有効である.

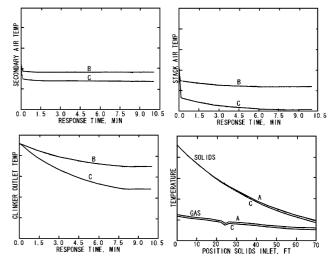


Fig. 4 外気温度変化のステップ応答.

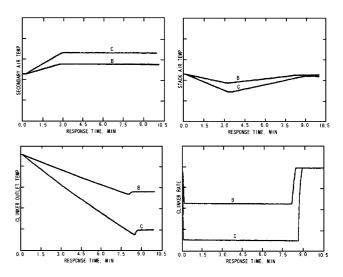


Fig. 5 クーラグレート速度変化によるステップ応答.

4. 数式モデルの長所

長所というよりその活用の仕方で、実用的有効性を引き出すことと云えよう. 即ち

- 1)ステップ応答により因果関係を知り、他の多変数への 回り込み影響を知ると共に、経験的な知識との照合に より、知識の確認、補足等を得ることができ、知識の 増幅増殖を期待できる.
- 2)定性的因果関係の推論に、側面的客観性を与えてくれる
- 3) AI 的手法の構築と触媒作用が期待できる.
- 4) 計測不能の変数や潜在変数を取り扱うことができる.
- 5) 実地ではできないステップ応答を得ることができる.

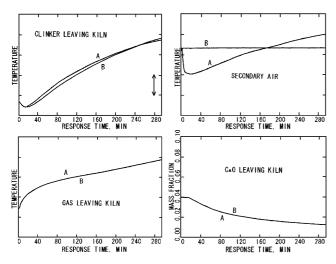


Fig. 6 キルン回転速度 10%減によるステップ応答. (註) A: クーラ付き B: クーラ無し

- 6)実時間的活用のできない品質管理的変数,たとえば原料組成の成分変化と計測変数との関わり合いや品質管理との関連を抽出できる.
- 7) あまり気にしない変数の再認識や潜在変数の存在を知ることができる.
- 8) キルンとクーラという二つのプロセスの直結は、互いに影響し合っていることが分る。これはクーラ無しと有りとのステップ応答で容易に判断することができる。これはクーラとキルンプロセスを別々に取扱ってはいけないことを示している。
- 9) 非線形領域、たとえば燃焼式等の領域では、別計算に

より作られたグラフを Table look up 方式で線図の中に 導入することができる.

5. 認知マップの作成

数式モデルによる因果関係を頭に入れて、その周辺環 境事情を付加した認知マップを **Fig. 7**、 **Fig. 8** に示す. Fig. 9 は、既述数式モデルによるプロセス諸変数間の因 果関係および、ステップ応答ブロック線図である. Fig. 9 に示す数多のステップ応答図は、既述の数式モデルによ り求められたもので、これらを結線した図で、この中で 非線形領域は非線形関数グラフの形で線図系の中に導入 している. ここで使っている変数は定量的な変数のみを 取り出しているが、実際は Fig. 7、Fig. 8 の認知図のよ うな情景が望ましいわけで、この図はエキスパートの五 感的モニタリング機能の世界で、この Observable variable (観測変数) は、現在の計測機器では対応できず、この点 が計測変数による計算機制御とエキスパート制御の基本 的に大きく異なる点で、この差がある限りエキスパート を越えることは困難と思われる. 百聞は一見に如かずと いう諺があるが正にその通りで、このギャップをソフト ウェアで何とかカバーしようと, たとえば画像処理や, ニューラルネットワーク等いろいろの技術の進歩により 制御も一段と進歩してきたように思われる. 一見ができ ぬため百聞にいろいろのソフトウェアをかぶせて計算機 制御の質の向上をはかっているが、一見が出来れば制御

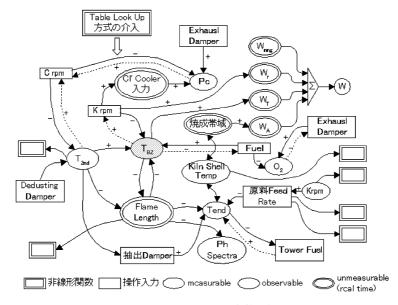
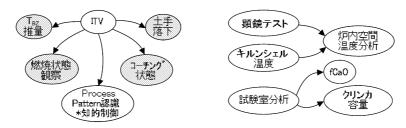


Fig. 7 キルンプロセスの主変数認知マップ.



*この領域は、画像処理,バターン認識,ウェーブレット分解,ニューラルネットワーク及び連想等の知的処理の上にたつ。

Fig. 8 認知マップ内の観測認識例.

はもっと直接的となり簡単になることに想いを致すとき、いかに能動的なかつ情報抽出能力を持つ計測機器の今後の開発を期待するや切なるものがる. Fig. 9 は実制御には活用できないが、シミュレーションでは実行できプロセスの全貌を鳥瞰することにより、現場で経験的に常識化されていた知識が確認されると共に、さらにこれによる知識が増殖され、イメージ的にプロセスの挙動の中に浸ることができる. この全貌の中で、いろいろとモードの異なる伝達関数に対して、それぞれの対象に適した制御手法、たとえば統計的手法、AI 的手法、ニューラルネットワークやパターン認識等いわゆる知的制御あるいは現代制御理論にもとづく制御等適材適所的に使い分ける必要性がみてとれよう. いずれにせよこれらの知識は、実プロセスの制御設計への下敷きとなることが期待される②.

6. プロセスの擾乱

それぞれのプロセスには、それぞれ固有の擾乱があり、これらを一般論的にモデル化してもそれらの多様性のため、Just In Time 的な対応が必要で、たとえば Case Based Reasoning 的ないろいろの事例を用意して、この中より発生擾乱に似たケースを照合検索して対応することが最も実際的と考えられるが、いつ擾乱が発生するかの予知は困難である。セメントキルンプロセスでは、土手落ち(mud ring failure)と称する内部擾乱があり、これはキルン内壁に固着した原料のリングが時々一部が脱落し、キルンにもクーラにも大きな擾乱を与えるもので、その大きさの程度や位置等はキルン内の覗き窓を通してオペレータが肉眼で判断する全く受動的操作をするもので、その後の動作は既述した CBR 的制御をするのが従来のやり方である。この多様的な擾乱は、従来の ITV 等では対応できず、肉眼に頼らざる得ないのが現状で、最近もっ

と能動的で且つウェーブレット応用によるITV映像の分解能の向上により、新しい方法も開発されつつある.多変数制御の中に、今後画像情報が枢要なキーファクターとなることは間違いないと思われる.新しいモニタリング装置とこれを助けるソフトウェアにより、情報が不足であれば積極的に情報をとりにゆく態度が必要である.熱炉関係プロセス等では、既に云ったように、百聞は一見に如かずの諺の通りで、これができれば制御は自らついてくるものである.最近、ニュートンという科学雑誌に今後の医療の方向としてパースナル医療という記事が出ていたが、プロセス擾乱制御も正しくパースナル制御と云えるのではなかろうか.

7. 時系列モデル 4,5,6)

既に本連載第1報で、統計的観点にたつ多変数制御に 少し触れたが、ここではその側面の概要を述べることに する. 熱炉や環境システムのような大容量の分布遅延プ ロセス等では、石油化学やボイラ等に用いられる現場ス テップ応答テストは、生産に影響を与えたり計測の問題 等の制約のため、特定の局部部門以外では実用不可能と 云える. これに対して自己回帰モデル (AR モデル) の 作成は、日常の運転時系列データをそのまま使用するの で, 現場側からみれば大変ありがたいといえる. 但しデー タ長とか, 定常性とか, 共線性とかの制約条件のあるこ とは留意せねばならない. また物理. 化学による数式モ デルと違って、プロセスノイズが存在し、かつプロセス と分離されて表現され、現代制御理論による状態空間表 現で最適制御が実行されうるということは大変実用的で ある. 既に述べたように AR モデルは数式モデルと違っ て、一見ブラックボックス型と云われるが、数式モデル 等による深い知識に裏打ちされた AR モデルは誘導型よ り構造型への相互の写像も可能となってくる. 統計的な

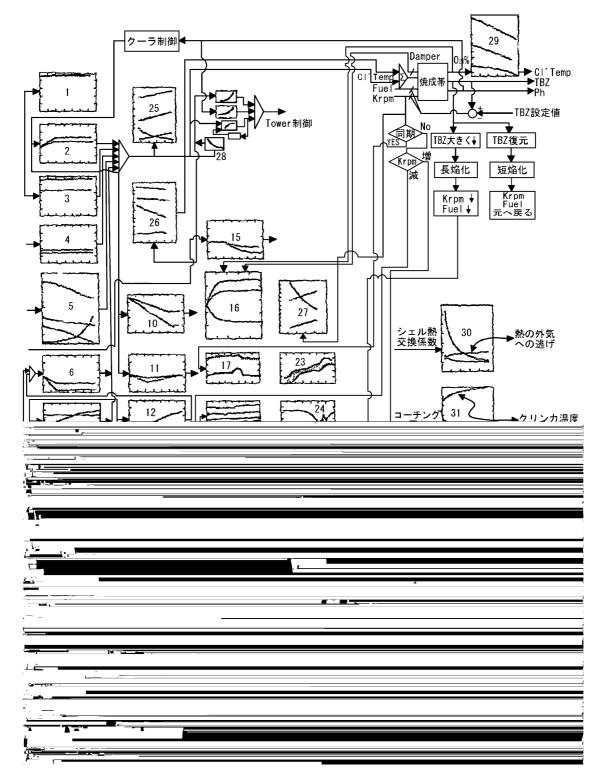


Fig. 9 主なるプロセス諸変数間の因果およびステップ応答ブロック線図.

時系列モデルでは、AR モデル、MA モデル、ARMA モデル、ARIMA モデル等が挙げられるが、本文では基本的な AR モデルについて述べる。これらについては既に数多の良書が出版されており、ここでは AR モデル作成に

関する主なる計算式を列記にするにとどめる.

7.1 Identification (同定)

(1) 系は次の線形モデルで表される

$$x_{i}(n) = \sum_{m=0}^{M} a_{ij}(m) \cdot x_{j}(n-m) + u_{i}(n)$$

 $i, j(i \neq j) = 1,2$

(2) 系には雑音 u;(n) が含まれていて, 自己回帰モデルは

$$\mathbf{u}_{\mathbf{i}}(\mathbf{n}) = \sum_{l=1}^{L} \mathbf{c}_{\mathbf{i}}(l) \cdot \mathbf{u}_{\mathbf{i}}(\mathbf{n} - l) + \epsilon_{\mathbf{i}}(\mathbf{n})$$
 で表される.

(3) 誘導型((1), (2) の両式から得られる)

$$\mathbf{x}_{i}(\mathbf{n}) = \sum_{l=1}^{L} C_{i}(l) \cdot \mathbf{x}_{i}(\mathbf{n} - l) + \sum_{m=0}^{L+M} B_{ij}(m) \cdot \mathbf{x}_{j}(\mathbf{n} - m) + \varepsilon_{i}(\mathbf{n})$$

(4) 最小二乗法を適用して $C_i(l)$, $B_{ii}(m)$ 推定される.

$$\hat{C}_{i}(l), \hat{B}_{ij}(m)$$

(5) 白色雑音
$$\epsilon_i(n)$$
の全パワーの $\sigma_i^2(L, M)$

$$\sigma_i^2(L, M) = C_{ii}(o) - \left[\sum_{u=1}^L \hat{C}_i(l) \cdot C_{ii}(u) + \sum_{k=0}^{L+M} \hat{B}_{ij}(k) \cdot C_{ii}(k)\right]$$

$$\sigma_{10}^2 = \min_{L, M} \sigma_i^2(L, M)$$

7.2 U-Noise (寄与分布率)

(1) 閉ループの一巡周波数応答関数

$$[b_{ij}(f)] = [\sigma_{ij} - a_{ij}(f)]^{-1}$$
 f: frequency

a_{ii}(f):j → iへの周波数応答

(2) 雑音
$$\mathbf{u}_i$$
 のパワースペクトル $\mathbf{p}(\mathbf{u}_i)(\mathbf{f})$

$$\mathbf{p}(\mathbf{u}_i)(\mathbf{f}) = \frac{\sigma_i^2}{\left|1 - \sum\limits_{l=1}^{L} C_i(l) \cdot e^{-2\pi j t l}\right|^2}$$

(3) 観測値 x_i(s) のパワースペクトルp_{;;}(f)

$$p_{ii}(f) = \sum_{i} |b_{ij}(f)|^2 \cdot p(u_j)(f)$$

(4) $x_i(s)$ のパワースペクト中 $u_i(s)$ に起因する部分

$$q_{ij}(f) = |b_{ij}(f)|^2 \cdot p(u_j)(f)$$

(5) 寄与分布率

$$r_{ij}(f) = \frac{q_{ij}(f)}{p_{ii}(f)}$$

8. AR モデル作成への過程 (側面) 5,6)

多変数制御では、変数の選択、モデル次数の決定、寄 与率による因果関係、計測点の選択等、同定作業の過程 の中でいろいろのプロセスに関する知識を得るという側 面が大変有益であることを認識すべきである。最近いろ いろと便利なソフトウェアパッケージが市販されている が、これによる同定作業の過程の中で得られる知識と知 見を大事にし、プロセスに対する理解を深め、便利性の 落し穴におちいらぬよう自戒すべきであろう。

8.1 変数の選択

大きな領域のプロセスで、プロセス全体を一つのモデルで表現することはほとんど不可能といえる。また仮に出来たとしても複雑すぎたり安定性に欠いたりして実用にならない。一般に同定道具があると、あれもこれもと欲深く多くの変数を取込むことがあるが、共線性の問題、安定性の問題等多くの弊害のみとなる。従って関連した計測データの記録や熱収支、物質収支等や定性的考察をも考慮してモデルに組み入れるべき変数の初期候補がリストアップされる。これらの生の時系列データが採取されれば、以後データの前処理から始まる一連の解析機能を使いながら変数を絞り込んでいくことになる。その際の着目点を下記する。

(1) コレログラム

- ①トレンド成分の大きい変数は、その除去を行うか、または変数候補から除いておく。文献によっては、差分を採用することによってトレンドを除去する方法があげられているが、直流部分の情報がカットされるので、活用の目的による判断が必要である。
- ②共線性の強い変数は、どちらかの変数を候補変数から除く. コレログラムから容易に認められる共線性は、二変数間のものだけで、三変数以上の共線性の認知は困難である. 共線性が強いと、最小自乗法をそのまま使うことはできない^{2),5),6)}.
- ③クロスコレログラムで、どの変数とも無相関とみなれ

る変数は除外する.

(2) パワースペクトル密度

- ①高周波領域まで有意と思われるパワーが存在するときは、アリアス効果の可能性を検討する.
- ②特定の周波数帯で大きなピークが認められたとき,何 か情報の存在や原因を検討する.

(3) 同定

①残差共分散行列(Covariance Matrix of Innovation)で非対角要素で 1.0 に近いものがあれば、対応した変数に関連する大事な変数をモデルから落としていることが考えられる。そのような大事な変数が見当たらなければ、共線性とサンプリング間隔が過度に大きすぎる場合が考えられる。

②ノイズ寄与率

同定されたモデルから変数相互間の寄与関係を計算する. どの変数からも寄与を受けない変数, すなわち変動のすべてが自分自身の固有雑音分である変数があれば, 他に何か変数を見落としているか, あるいは見落としが無ければその変数はもはや制御不能である.

- ③同定したモデルから計算されたパワースペクトル この形が、生データから計算されたパワースペクトル の形に似ていない場合は、モデルが生データの持つ動 的情報を上手にとらえていないことになる。
- ④モデル化された雑音源のスペクトル(U-Noise)の形と、生データのスペクトルの形が似ているときは、生データの示す変動は他の変数によるものではなく、その変数の持つ固有雑音源によるもである.
- ⑤相対的寄与率において,固有雑音分が大きい周波数帯域があっても、その周波数帯での変動のパワーそのものが小さければ問題にならない。このことは高周波帯でよくみられる.
- ⑥寄与率は周波数によって異なり、低周波帯、中間周波帯、高周波帯に分けて捉えているので、このことにより寄与の物理的意味付けや実プロセスとの対応を考える.

(4) インパルス応答

- ①推定されたモデルから着目する二変数を取り出し、そ のモデルが定常であればインパルス応答系列は0に収 束する.
- ②モデルの次数が高いときは、インパルス応答は概して 振動的となる傾向がある.
- ③モデルから計算されるインパルス応答は、二変数間の

関係であって、他変数を経由した応答分は含まない、この点で現場で経験するインパルス応答やステップ応答、あるいは既述した数理モデルのそれらと異なるので注意を要する。なおモデルへの変数や次数の選択にAIC(Akaike Information Criterion)と称する赤池博士によって提唱された情報量概念に基づくモデルの適合度合いの評価式がよく使われている。すなわちAIC=2 \log_e (モデルの最大尤度)+2(モデルのパラメータ数)の形をとり、モデルとしてはこの値の最小になるものを選ぶ事になる。なおこのAICと FPE(Final Prediction Error)の関係は、M次ARモデルの場合最大対数尤度は

$$(N\log(2\pi\delta_N^2+N)+N)/2$$

と計算され、従って AIC は

AIC =
$$Nlog(2\pi\delta_N^2 + N + 2(M+1))$$
 となる.

上記 FPE の対数をとってみると、N が M に比べて大きいとき近似的に

$$\begin{split} \log FPE(M) &= \ \log \delta_M^2 + \log \! \left(1 + \frac{M}{N} \! \right) - \log \! \left(1 - \frac{M}{N} \! \right) \\ &= \ \log \delta_M^2 + \frac{2M}{N} \end{split} \quad \text{\succeq $\mathcal{T}_{\!\!S}$ $\mathcal{Z}_{\!\!S}$}. \end{split}$$

上式を比べれば、AR モデルの次数選択に関しては、FPE と AIC が本質的に同じ基準であることが明かである。なお注意すべき点は、これらの選択はとりあげたモデルの中での選択であって、最善のモデルの検討はそれ以前の問題で、これを混合してはいけない。

9. 統計的制御(ARモデルによる)の一例

既に数多の実例が報告され、今更ここに述べることでもないが、少し触れてみよう.

セメントロータリキルンプロセスの中で、従来の PID 制御と比較しやすい簡単な一例としてキルン仮焼率制御とクーラ制御の合流について述べてみる.

キルン仮焼帯は、脱炭酸反応が行われ $CaCo_3 \rightarrow CaO + CO_2 \uparrow の約 420 kcal/kg の吸熱反応であり、 Fig. 1 に示すように必要な熱量は、 Flush Furnace 即ち FF の微粉炭とキルンの排ガスおよびクリンカクーラからの空気抽出で与えられる。 サイクロン出口ガス温度の安定は、 仮焼率の安定につながるため、この <math>T_1$ を安定せねばならない.

しかしこの T_1 への寄与の高いクーラからの抽出高温ガスである二次空気温度 T_3 は、 T_1 へ約 25 分の時間遅れをもっているので、遅れ振動を発生しやすい。古典的な T_1 への PID 制御は、 T_1 と T_3 間の相互干渉と遅れのため予測機能がない PID では、この振動を抑えるどころか、発散に追い込まれることが多い。このため AR モデルを作成し、これによる最適制御を目指すわけである。 Fig. 10 は記録図である。その一例として $Table\ 1$ のように 6 変数の中から、いろいろな変数による AR モデルを 5 通り作り、それぞれの AIC によるモデル比較を行ったが、実用的に最も簡素なモデル (4)、すなわち T_1 、 T_3 、FF Coal の 3 変数で最適制御系を設計する。

プロセスを次の状態空間モデルに変換すると

$$Z = \phi \cdot Z_{n-1} + \Gamma \cdot Y_n$$

 $Xn = H \cdot Z_n$

Φ, Γ, Η は以下に定義される係数行列である.

$$\phi = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \Gamma = \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} 1, 0, 0 \end{bmatrix}$$

次に操作変数 Y の操作で, 次の損失関数を最小にする.

$$J_{I} = E\{K_{I}\}$$

$$K_{I} = \sum_{S=1}^{I} \left\{ Z_{S-1}^{T} Q Z_{S-1} + Y_{S-1}^{T} R Y_{S-1} \right\}$$

Qは、半正定値の荷重行列、Rは正定値荷重行列で、Tは転置行列である。この場合 Iは 10 に設定した。DPにより最適制御ゲイン G を計算し、この G から制御則 $Y_n = G \cdot Z_n$ が決定される。この設計は周知の最適レギュレータ(LQ 制御)であって、目標値の変更はできず、積分性がないのでオフセット(定常偏差)を生じる。従ってこの問題を解決するために、積分動作をこれに付加した積分補償付レギュレータ(LQI 制御)を容易に設計する事が出来るが、数多の成書に詳しく記述されているので割愛する。

10. 多変数 AR モデルの分析

このような興味あるテーマで、統計数理研究所の石黒博士がARDOCK³⁾という名でOR学会誌に発表されている。これはシステムの要素間の信号経路を切断することの影響をARモデル上で調べることができ、ARシステムがDOCK入りしてチェックすることからARDOCKと名

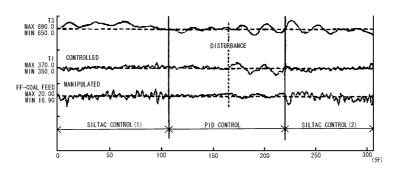


Fig. 10 燃焼プロセスの PID 制御と AR モデル制御との比較チャート.

Table 1 AIC モデルによるモデル比較

	MODEL(1) M=2	MODEL(2) M=3	MODEL(3) M=3	MODEL(4) M=3	MODEL(5) M=3
T2	0	0	0	0	0
T3	\circ	\circ	\bigcirc	\circ	\bigcirc
T1	\circ	\circ	\bigcirc	\circ	\bigcirc
KILN COAL	\circ				
FF-COAL	\circ	\circ	\bigcirc	\circ	\bigcirc
RAW MIX FEED	\circ	\circ			
MIN AIC C	1529.4	1530.5	1539.4	924.9	914.5
В	876.1	1536.8	1156.5	542.4	914.4

付けられている。周波数応答関数を計算する場合、多次元 AR モデルのパラメータが推定できると

$$A(f) = \left[1 - \sum_{m=1}^{M} A(m) \cdot e^{-i2\pi fm}\right]^{-1}$$

の係数行列の任意の成分を強制的に 0 とおくことが可能で,信号経路をつけたり切り離したりして,システムの挙動を見ることができる.また,ノイズ系列 $\{\varepsilon(i)\}$ の分散共分散行列 Σ の任意の対角ブロックを強制的に 0 にすることによって,あるノイズ源が除去された時の効果を確認できることになる.従来制御は,いろいろの情報経路を付加する方向で論ぜられるが,反面これとは逆にいろいろの経路をカットしたりノイズ源がないとしたりして対象プロセスを検討することは,システムの検討に対する重要なアプローチの一つであろう.

11. 結び

ここでは多変数制御以前の制御への道順であるプロセスモデルとその周辺を概略的に述べた. 多変数の数式モデルの作成では、いろいろの前提や仮定が含まれるのは避けることはできないが、大事なことは今後の制御へのデッサンの下敷きになるという役柄を認識すべきである. 一般にプロセスは、不完全な情報の下に稼動している場合が多く、情報が完備していなければ動かないというエンジニアリングでなく、不完全を内含したシステムへのエンジニアリングでなければならない.

また AR モデルにしても統計的見方の下にプロセスを 眺めており、プロセスのノイズを許容して活用している というアプローチであることは重要な点であるといえよ う.

本稿ではプロセスモデルの役柄の異なる二つのモデルの概要をかかげ、多変数制御への一つのスタンスを述べた.

数理モデルは、潜在的変数の存在や非線形関係への考察や、情報の生産と情報の処理という二つの過程の認知へのアプローチにも役立っているといえる。また統計的時系列モデルは、既述のメリットと共に可観測性や可制御性等への理論を与えた現代制御理論の実用化への道をひらき科学的な設計を可能にした。いずれにせよ開発された理論や手法も、現場環境との整合性がなければ実用することは困難で、この整合性へのいろいろの開発へ地道な努力が必要であろう。

[参考文献]

- Stillman R: "Cement Kiln simulation using oxide chemistry" Technical Report, IBM (1964).
- 中川: "プロセスモデリングと多機能制御"工業技術社 (1999).
- 3) 石黒: "多次元 AR モデルによるシステム解析" オペレーションリサーチ, No.10 vol34 (1989).
- 4) 赤池, 中川: "ダイナミックシステムの統計的解析と制御" サイエンス社 (1972 初版).
- 5) 中川監修: "エンジニアのためのプロセス解析と制御"システム綜合開発(株)編,工業技術社(平成元年).
- 6) 平岡, 津村監修: "環境システムの自己回帰モデルによる解析と制御" EICA 環境システム計測制御学会 (平成12年).